



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

17

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Παράγοντας 1^{ης} τάξης $(1+j\omega\tau)^{-1}$ **Διαγράμματα**

Αντιστοιχεί σε πραγματικό πόλο:

$$G(s) = \frac{1}{1+\tau s} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau} = \frac{1-j\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$

Έτσι το μέτρο:

$$|G(j\omega)| = \frac{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}{1+\omega^2\tau^2} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{1+\omega^2\tau^2}$$

$$\text{για } \omega\tau \ll 1 \Rightarrow \omega \ll \frac{1}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log 1 = 0$$

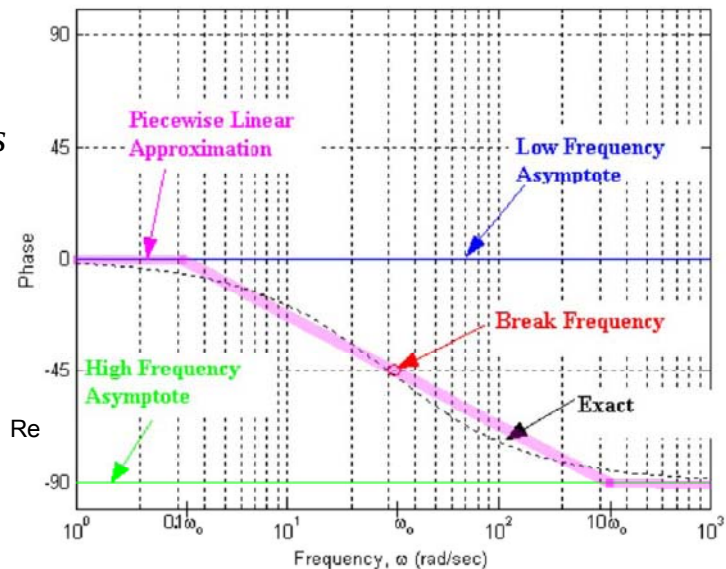
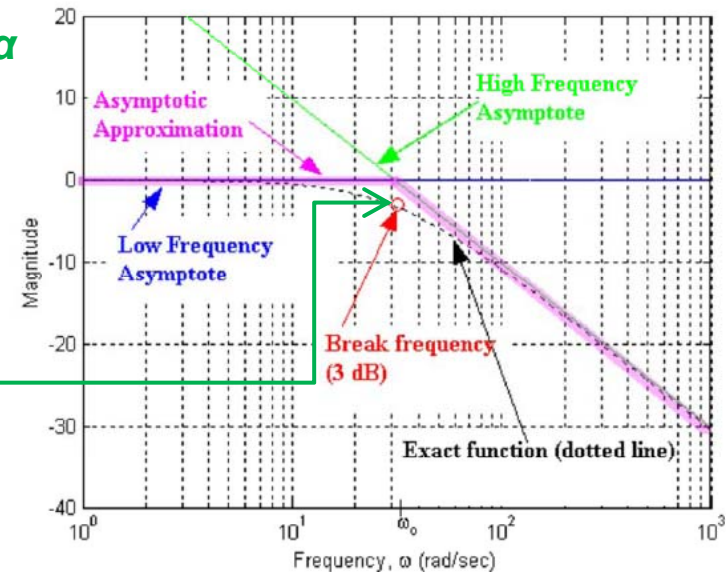
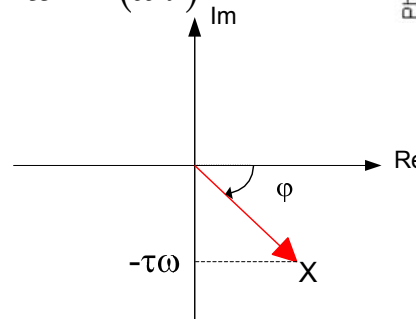
$$\text{για } \omega\tau \gg 1 \Rightarrow \omega \gg \frac{1}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log(\omega\tau) \Rightarrow \text{κλίση} = -20 \text{ dB/s}$$

και το όρισμα: $\varphi = \tan^{-1}(-\omega\tau) = -\tan^{-1}(\omega\tau)$

$$\text{για } \omega = 0 : \varphi(0) = 0$$

$$\text{για } \omega = \frac{1}{\tau} : \varphi\left(\frac{1}{\tau}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{για } \omega \rightarrow \infty : \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

18

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Παράγοντας 1^{ης} τάξης $(1+j\omega\tau)^{-1}$ (συνέχεια)

Η καμπύλη του μέτρου χαράζεται με ασυμπτωτική προσέγγιση, δηλαδή χρησιμοποιούνται οι ευθείες που είναι εφαπτόμενες στις περιπτώσεις $\omega \rightarrow 0$ και $\omega \rightarrow \infty$.

$$\text{για } \omega\tau \ll 1 \Rightarrow \omega \ll \frac{1}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log 1 = 0$$

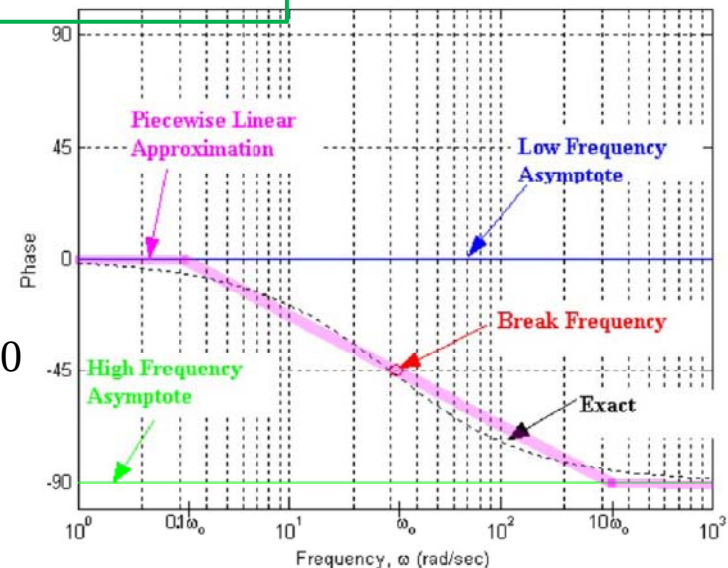
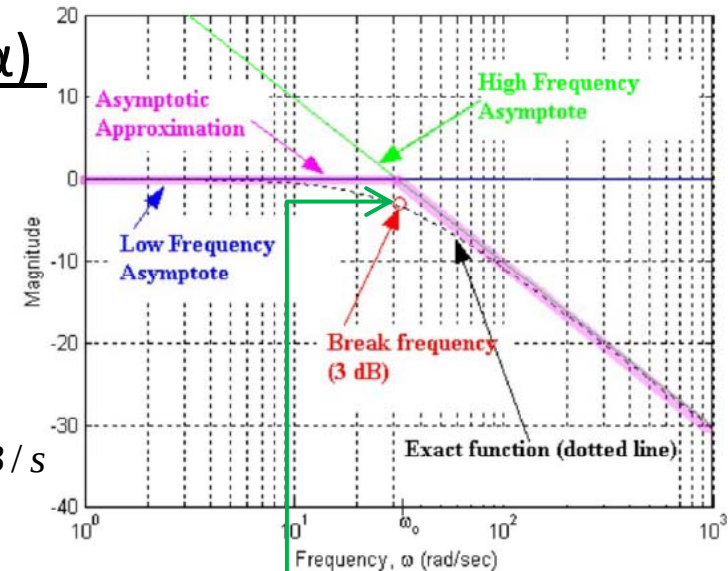
$$\text{για } \omega\tau \gg 1 \Rightarrow \omega \gg \frac{1}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log(\omega\tau) \Rightarrow \kappa\lambda\iota\sigma\eta = -20 \text{ dB/s}$$

Μπορούμε να βρούμε την απόκλιση της καμπύλης από τις ασύμπτωτες:

$$\begin{cases} \omega = \frac{1}{2\tau} : |G(j\omega)|_{dB} = -20 \cdot \log \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = -9.7 \text{ dB} \\ \omega = \frac{1}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} = -20 \cdot \log \sqrt{1 + 1} = -3.03 \text{ dB} \\ \omega = \frac{2}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} = -20 \cdot \log \sqrt{1 + 4} - (-20 \cdot \log(\sqrt{2})) = -9.7 \text{ dB} \end{cases}$$

χρήση ασυμπτωτών
τομή τους στη συχνότητα θλάσης

Αν το σύστημα διεγερθεί με μικρό ω τότε $|G(j\omega)| = 1$, $\varphi = 0$ και η έξοδος έχει το ίδιο πλάτος με είσοδο και μικρή διαφορά φάσης. Αν διεγερθεί με μεγάλο ω τότε μικραίνει και φ μεγαλώνει τείνοντας στο $-\pi/2$.





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

19

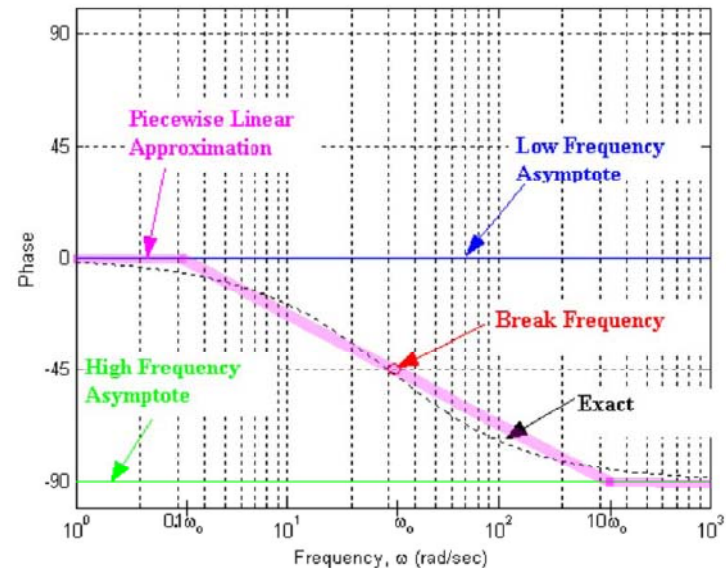
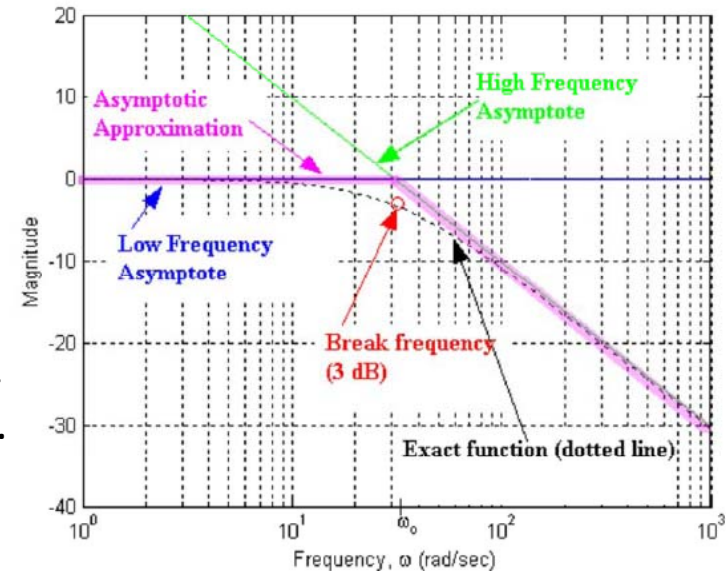
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Παράγοντας 1^{ης} τάξης $(1+j\omega\tau)^{-1}$

Συνοπτικά:

Για ένα απλό παραγματικό πόλο η σύνθεση με ασυμπτωτική προσέγγιση του διαγράμματος Bode για το μέτρο είναι στα 0 dB έως την συχνότητα θλάσης και μετά πέφτει με 20 dB ανά τάξη μεγέθους (-20 dB ανά δεκάδα). Για n πολλαπλότητα πόλου η κλίση αυτή γίνεται $-20n$ dB ανά δεκάδα.

Το διάγραμμα φάσης είναι στις 0° έως το $1/10$ της συχνότητας θλάσης και μετά πέφτει γραμμικά στο -90° στο δεκαπλάσιο της συχνότητας θλάσης. Για n πολλαπλότητα πόλου πέφτει στο $-n90^\circ$.





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

20

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Παράγοντας 1^{ης} τάξης $(1+j\omega\tau)^{-1}$ με $\tau=0.1$ sec Διαγράμματα

Για πόλο στα 10 rad/sec ($\tau=0.1$ s):

$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{10}} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{10}} = \frac{1 - j0.1\omega}{1 + 0.01\omega^2}$$

Έτσι το μέτρο:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 0.01 \cdot \omega^2}} \Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{1 + 0.01 \cdot \omega^2}$$

$$\text{για } \omega \ll 10: |G(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log 1 = 0$$

$$\text{για } \omega \gg 10: |G(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log(0.1 \cdot \omega) = 20 - 20 \log \omega$$

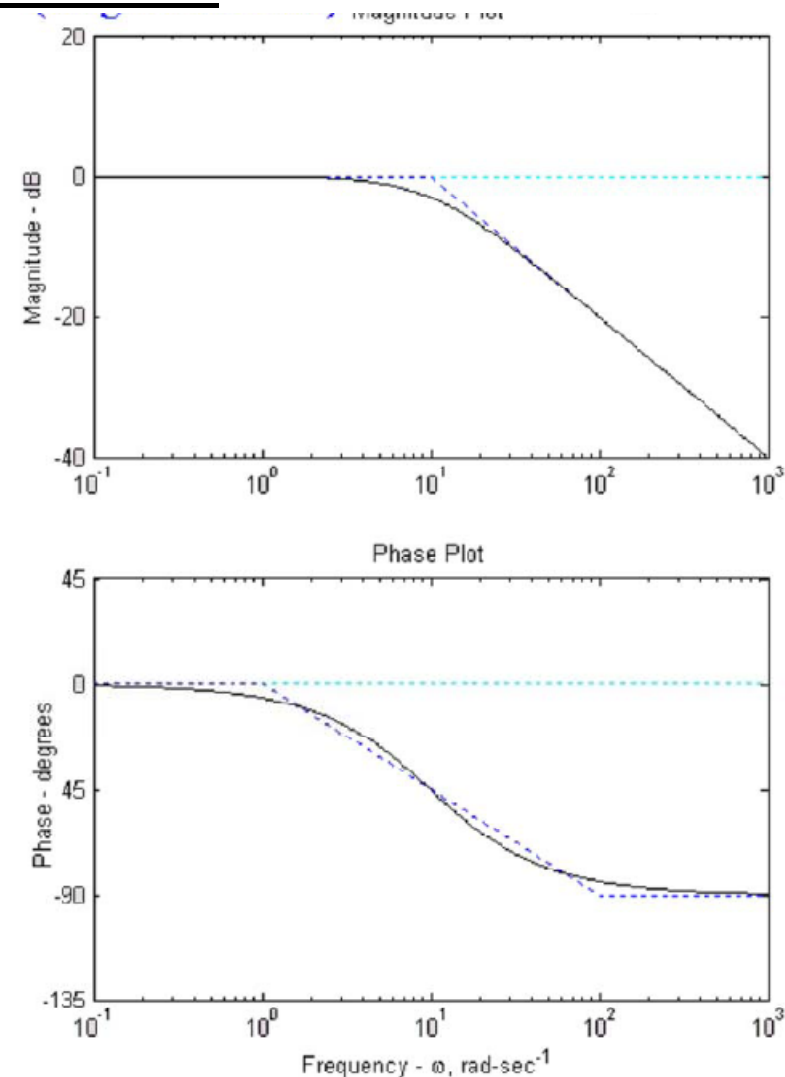
$$\Rightarrow \kappa\lambda\iota\sigma\eta = -20 \text{ dB/s}$$

και το όρισμα: $\varphi = -\tan^{-1}(0.1 \cdot \omega)$

$$\text{για } \omega = 0: \varphi(0) = 0$$

$$\text{για } \omega = 10: \varphi(10) = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{για } \omega \rightarrow \infty: \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

21

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Παράγοντας 1^{ης} τάξης ($1+j\omega\tau$)

Αντιστοιχεί σε πραγματικό μηδενικό:

$$G(s) = 1 + \tau s \Rightarrow G(j\omega) = 1 + j\omega\tau$$

Έτσι το μέτρο:

$$|G(j\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}{1 + \omega^2 \tau^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = -20 \log \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\text{για } \omega\tau \ll 1 \Rightarrow \omega \ll \frac{1}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} \cong 20 \log 1 = 0$$

$$\text{για } \omega\tau \gg 1 \Rightarrow \omega \gg \frac{1}{\tau} : |G(j\omega)|_{dB} \cong 20 \log(\omega\tau) \Rightarrow \text{κλίση} = +20 \text{ dB/s}$$

και το όρισμα: $\varphi = \tan^{-1}(\omega\tau)$

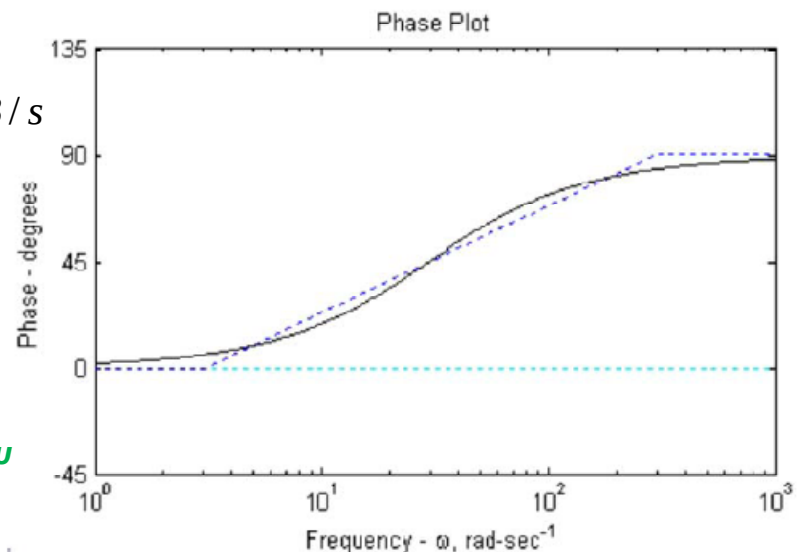
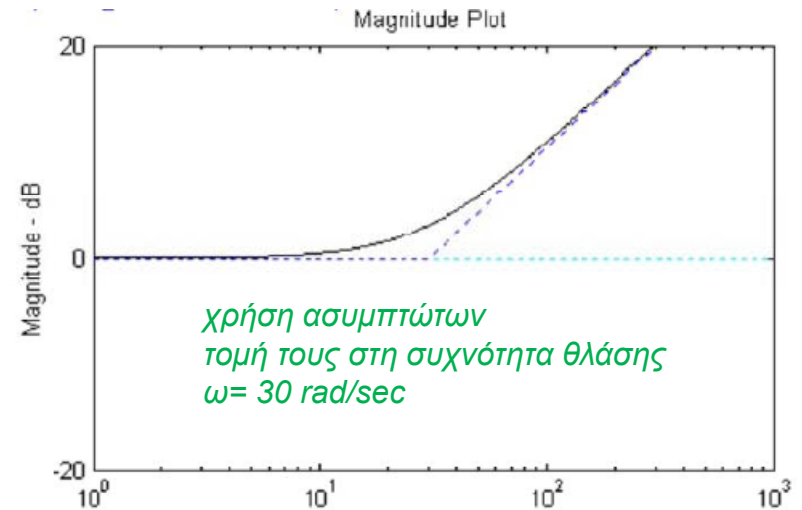
$$\text{για } \omega = 0 : \varphi(0) = 0$$

$$\text{για } \omega = \frac{1}{\tau} : \varphi\left(\frac{1}{\tau}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{για } \omega \rightarrow \infty : \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Παρόμοια διαγράμματα με την περίπτωση του πραγματικού πόλου

Διαγράμματα για $1/\tau = 30 \text{ rad/sec}$





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

22

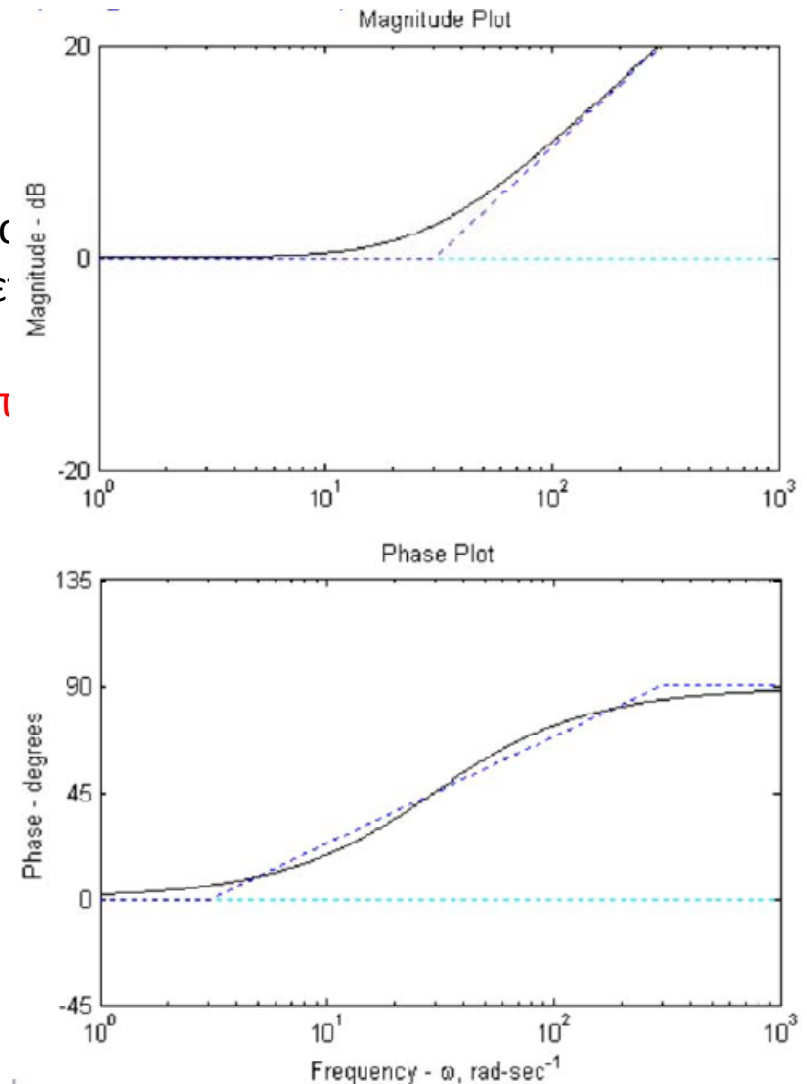
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Παράγοντας 1^{ης} τάξης ($1+j\omega\tau$)

Συνοπτικά:

Για ένα απλό παραγματικό πόλο η σύνθεση με ασυμπτωτική προσέγγιση του διαγράμματος Bode για το μέτρο είναι στα 0 dB έως την συχνότητα θλάσης και μετ' αυξάνεται με 20 dB ανά τάξη μεγέθους (+20 dB ανά δεκάδα). **Για n πολλαπλότητα πόλου η κλίση αυτή γίνεται +20n dB ανά δεκάδα.**

Το διάγραμμα φάσης είναι στις 0° έως το 1/10 της συχνότητας θλάσης και μετ' αυξάνεται γραμμικά στις +90° στο δεκαπλάσιο της συχνότητας θλάσης. **Για n πολλαπλότητα πόλου αυξάνεται στο +n90°.**





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

23

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

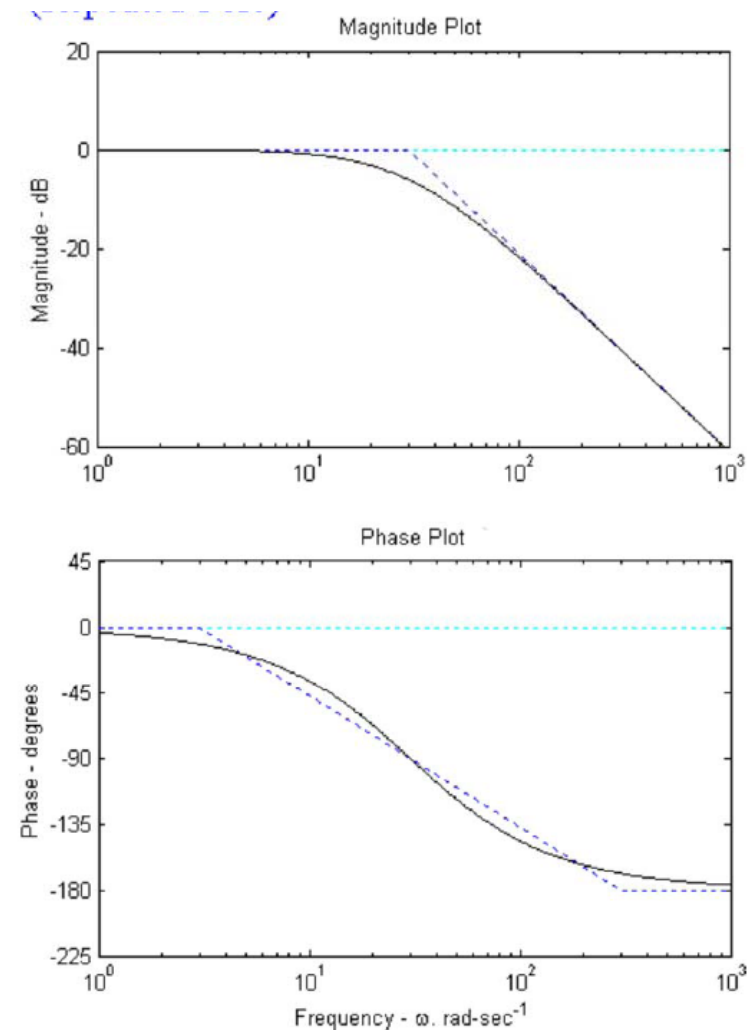
Παράγοντες 1^{ης} τάξης $(1+j\omega\tau)^{\pm n}$

Αντιστοιχεί σε πολλαπλότητας n πραγματικό πόλο ή μηδενικό.

Προφανώς η καμπύλη μέτρου είναι όμοια με αυτή του παράγοντα $(1+j\omega\tau)^{\pm 1}$ εκτός από το ό,τι η κλίση της ασύμπτωτης υψηλής συχνότητας είναι $\pm 20 \cdot n$ dB/sec. Οι αποκλίσεις για $\omega = 1/2\tau, 1/\tau, 2/\tau$ είναι $\pm 0.97n, \pm 3.03n$ και $\pm 3.03n$ dB αντίστοιχα.

Το όρισμα θα είναι n φορές αυτό του παράγοντα $(1+j\omega\tau)^{\pm 1}$.

Διαγράμματα Bode για διπλό πόλο με $1/\tau = 30$ rad/sec





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

24

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Παράγοντας 2^{ης} τάξης $[1+2\zeta(j\omega/\omega_n)+(j\omega/\omega_n)^2]^{-1}$

Αντιστοιχεί σε συζυγείς μιγαδικούς πόλους:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1}, \quad 0 < \zeta < 1 \Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{1 + 2\zeta\left(j\frac{\omega}{\omega_n}\right) + \left(j\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

Έτσι το μέτρο:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} = -20 \log \left(\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right)$$

όπου: για $\omega \gg \omega_n : |G(j\omega)|_{dB} \cong -20 \log \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) = -40 \log \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) \Rightarrow \kappa\lambda\iota\sigma\eta = -40dB/s$

για $\omega \ll \omega_n : |G(j\omega)|_{dB} \cong 20 \log 1 = 0$

και το όρισμα:

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right)$$

όπου: για $\omega = 0 : \varphi(0) = 0$

για $\omega = \omega_n : \varphi(\omega_n) = -\frac{\pi}{2}$

για $\omega \rightarrow \infty : \varphi \rightarrow -\pi$



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ

25

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Παράγοντας 2^{ης} τάξης

Διαγράμματα Bode

$$[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{-1}$$

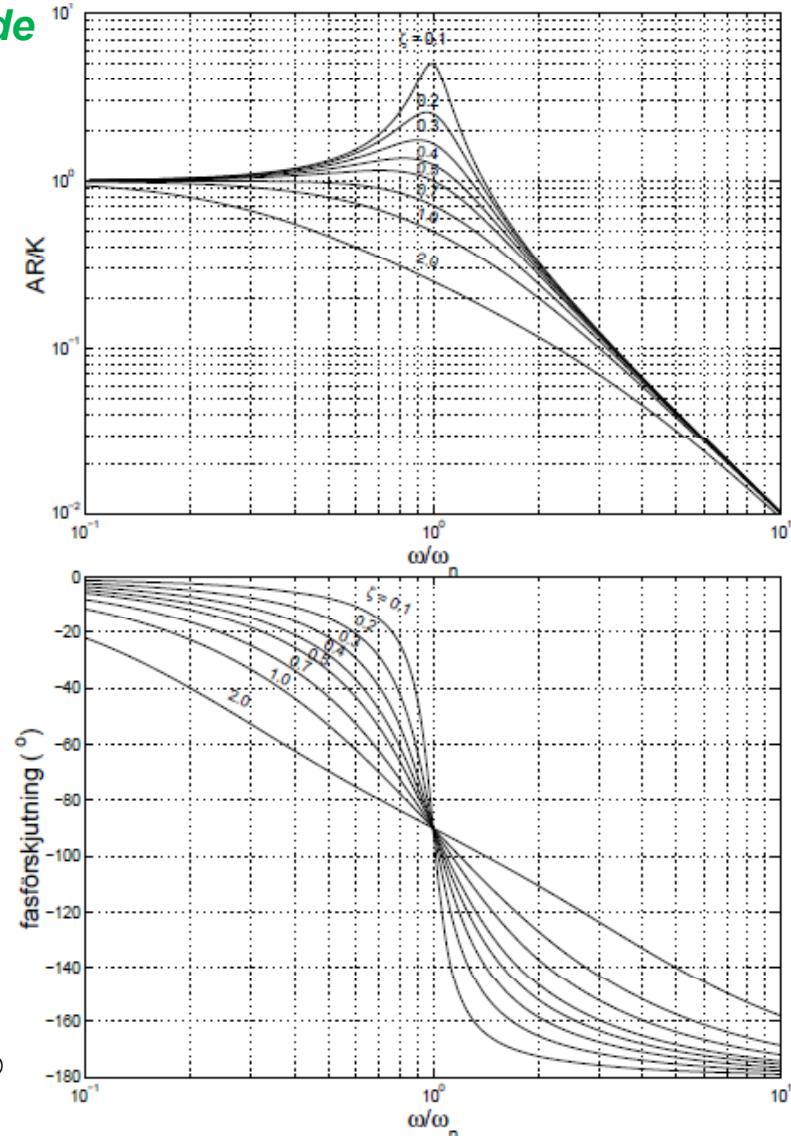
Το σύστημα είναι low pass, αφού έχουμε αρνητική κλίση του μέτρου για μεγάλα ω . Το διάγραμμα μέτρου εξαρτάται από το ζ . Καθώς μικραίνει το ζ το διάγραμμα αλλάζει μορφή και παρουσιάζει μέγιστο κοντά στο ω_n . Όσο μικραίνει το ζ (για $\zeta < 0.707$) τόσο η κορυφή πλησιάζει το ω_n (φαινόμενο συντονισμού). Το σημείο όπου η καμπύλη εμφανίζει μέγιστο είναι η

συχνότητα συντονισμού : $\omega_{res} = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$

Όπου το μέτρο γίνεται $|G(j\omega)|_{res} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$

Για $\zeta > 0.707$ είναι: $|G(j\omega)|_{max} = 1$

ενώ καθώς $\zeta \rightarrow 0 \Rightarrow \omega_{res} \rightarrow \omega_n \wedge |G(j\omega)|_{res} \rightarrow \infty$





ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΣΥΝΘΕΣΗ 1

26

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Κατασκευή διαγράμματος Bode σύνθετου συστήματος

$$G(s) = \frac{10 \cdot (s+10)}{s \cdot (s+3)} \qquad G(j\omega) = \frac{10 \cdot (j\omega+10)}{j\omega \cdot (j\omega+3)}$$

Πρέπει να φέρουμε τους όρους στη μορφή $\frac{1}{j\omega\tau+1}$ (τυπική μορφή 1^{ης} τάξης)
Έτσι: $G(j\omega) = \frac{10 \cdot 10 \cdot (0.1j\omega+1)}{j\omega \cdot 3 \cdot (0.33j\omega+1)} = 33.3 \frac{(0.1j\omega+1)}{j\omega \cdot (0.33j\omega+1)}$

Τα διαγράμματα μέτρου και ορίσματος φτιάχνονται με γραφική πρόσθεση των καμπυλών που αντιστοιχούν σε κάθε όρο ξεχωριστά. Οι όροι είναι:

1. Σταθερός όρος 33.3
2. Μηδενικό στο -10
3. Πόλος στην αρχή
4. Πόλος στο -3

Χρησιμοποιούμε την βασική ανάλυση των στοιχειωδών συναρτήσεων για να κατασκευαστούν τα διαγράμματα Bode των τεσσάρων όρων.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΣΥΝΘΕΣΗ 1

27

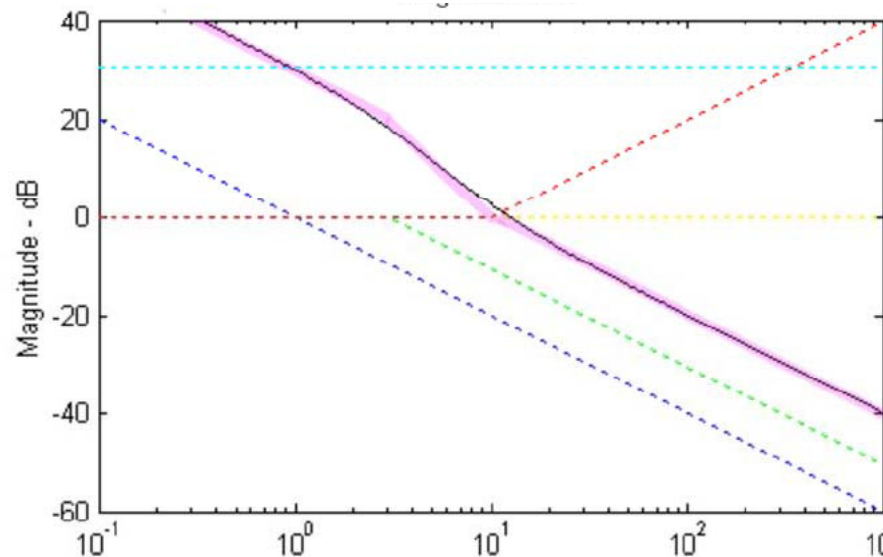
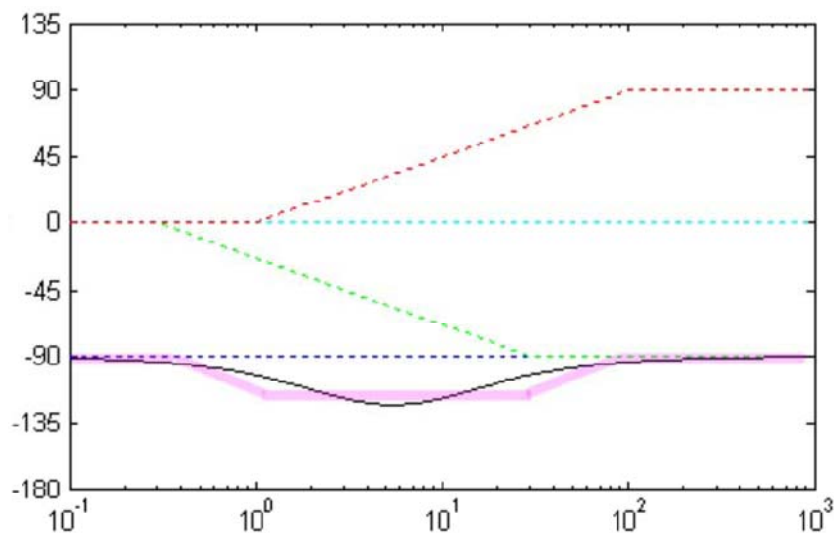
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρός

Κατασκευή διαγράμματος Bode σύνθετου συστήματος

Τα διαγράμματα μέτρου και ορίσματος φτιάχνονται με γραφική πρόσθεση των καμπυλών που αντιστοιχούν σε κάθε όρο ξεχωριστά. Οι όροι είναι:

- Σταθερός όρος 33.3
- Μηδενικό στο -10
- Πόλος στην αρχή
- Πόλος στο -3

Συνολικό διάγραμμα σε μαύρη γραμμή



Διάγραμμα Bode (μέτρο)

Διάγραμμα Bode (όρισμα)



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΣΥΝΘΕΣΗ 2

28

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Κατασκευή διαγράμματος Bode σύνθετου συστήματος

$$G(s) = \frac{4s^2 + 4s + 100}{s^3 + 100s^2} G(j\omega) = \frac{4(j\omega)^2 + 4j\omega + 100}{(j\omega)^3 + 100(j\omega)^2}$$

Πρέπει να φέρουμε τους όρους σε τυπικές μορφές (απλές συναρτήσεις).

Έτσι:

$$G(s) = 4 \frac{s^2 + s + 25}{s^3 + 100s^2} = 4 \frac{25 \left(\frac{s}{5} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{s}{5} \right) + 1}{100 \cdot \left(\frac{s}{100} + 1 \right)}$$

Τα διαγράμματα μέτρου και ορίσματος φτιάχνονται με γραφική πρόσθεση των καμπυλών που αντιστοιχούν σε κάθε όρο ξεχωριστά. Οι όροι είναι:

1. Σταθερός όρος 1
2. Πόλος στο -100
3. Διπλός πόλος στην αρχή
4. Συζυγείς μιγαδικές ρίζες του $s^2 + s + 25 = 0$ με $\omega = 5$ και $\zeta = 0.1$

Χρησιμοποιούμε την βασική ανάλυση των στοιχειωδών συναρτήσεων για να κατασκευαστούν τα διαγράμματα Bode των τεσσάρων όρων.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE - ΣΥΝΘΕΣΗ 2

29

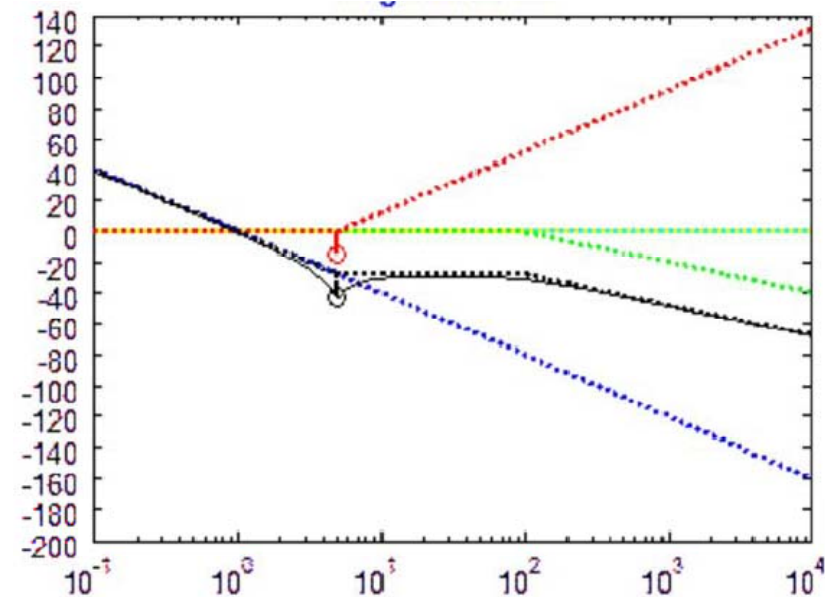
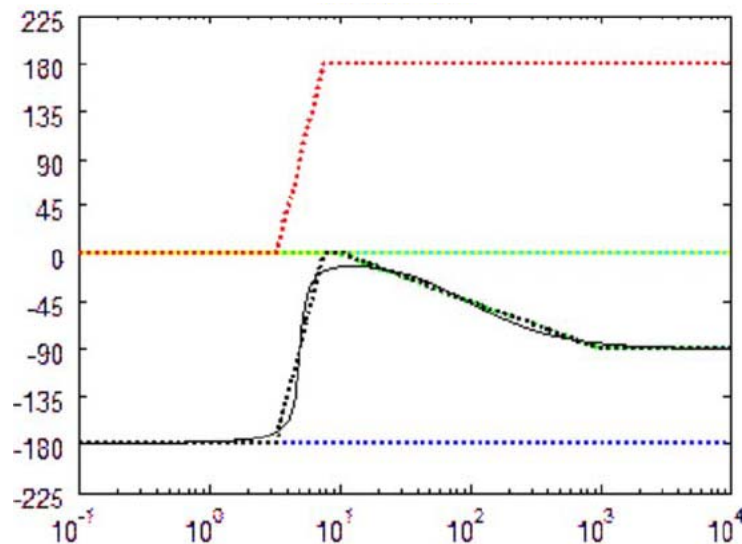
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστros

Κατασκευή διαγράμματος Bode σύνθετου συστήματος

Τα διαγράμματα μέτρου και ορίσματος φτιάχνονται με γραφική πρόσθεση των καμπυλών που αντιστοιχούν σε κάθε όρο ξεχωριστά. Οι όροι είναι:

- Σταθερός όρος 1 -----
- Πόλος στο -100 -----
- Διπλός πόλος στην αρχή -----
- Συζυγείς μιγαδικές ρίζες -----

Συνολικό διάγραμμα σε μαύρη γραμμή



Διάγραμμα Bode (μέτρο)

Διάγραμμα Bode (όρισμα)



ΣΤΟΧΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

30

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Περιθώριο κέρδους

Το περιθώριο κέρδους, μια ποσότητα που αποτελεί το μέτρο της σχετικής ευστάθειας συστήματος, ορίζεται ως η τιμή του πλάτους του αντιστρόφου της συνάρτησης μεταφοράς ανοικτού βρόγχου στην συχνότητα ω_π στην οποία η τιμή του ορίσματος ισούται με -180° . Δηλαδή:

$$\text{περιθώριο κέρδους} \equiv \frac{1}{|GH(\omega_\pi)|}$$

όπου $\arg GH(\omega_\pi) = -\pi = -180^\circ$ και ω_π ονομάζεται **κρίσιμη συχνότητα**.

Περιθώριο φάσης

Το περιθώριο φάσης Φ_{PM} , μια ποσότητα που αποτελεί μέτρο της σχετικής ευστάθειας συστήματος, ορίζεται ως 180° συν την τιμή της φάσης Φ_1 της συνάρτησης μεταφοράς ανοικτού βρόγχου όταν το κέρδος της ισούται με την μονάδα. Δηλαδή: $\Phi_{PM} \equiv [180^\circ + \arg GH(\omega_i)]$

όπου $GH(\omega_i) = 1$ και ω_i ονομάζεται **συχνότητα μοναδιαίου κέρδους**.



ΣΤΟΧΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

31

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Εύρεση περιθώριου κέρδους και περιθώριου φάσης από τα διαγράμματα Bode

Η κρίσιμη συχνότητα ω_π βρίσκεται από
το διάγραμμα ορίσματος ως η

συχνότητα στην οποία $\arg G_{open} = -180^\circ$

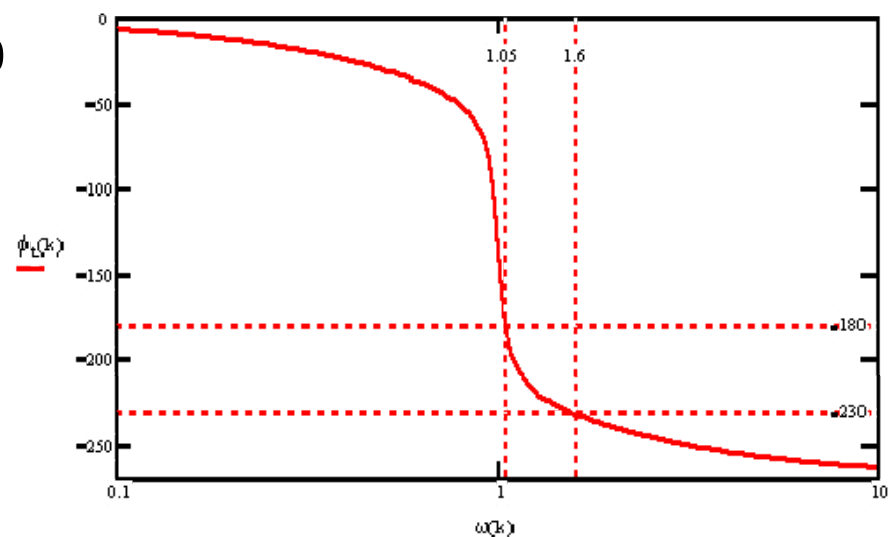
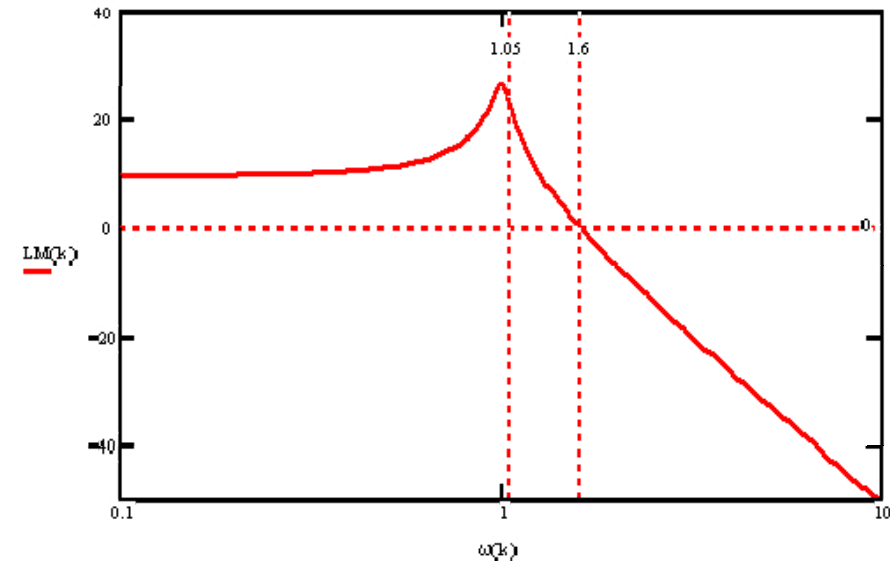
Η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους ω_i
βρίσκεται από το διάγραμμα μέτρου

όπου

$$KG(j\omega_i)H(j\omega_i) = 1 \Rightarrow |KG(j\omega_i)H(j\omega_i)|_{dB} = 0$$

Το περιθώριο φάσης είναι το ποσό της
επιπλέον καθυστέρησης φάσης στην
συχνότητα μοναδιαίου κέρδους που
απαιτείται για να φέρει το σύστημα
στο όριο αστάθειας, δηλαδή:

$$\text{ΠΦ} = \varphi(\omega_i) - (-180^\circ) = \varphi(\omega_i) + 180^\circ$$





ΣΤΟΧΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

32

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Εύρεση περιθώριου κέρδους και περιθώριου φάσης από τα διαγράμματα Bode

Το περιθώριο κέρδους είναι το αντίστροφο
του μεγέθους $|KG(j\omega_i)H(j\omega_i)|$
στην κρίσιμη συχνότητα όπου το όρισμα
είναι -180°

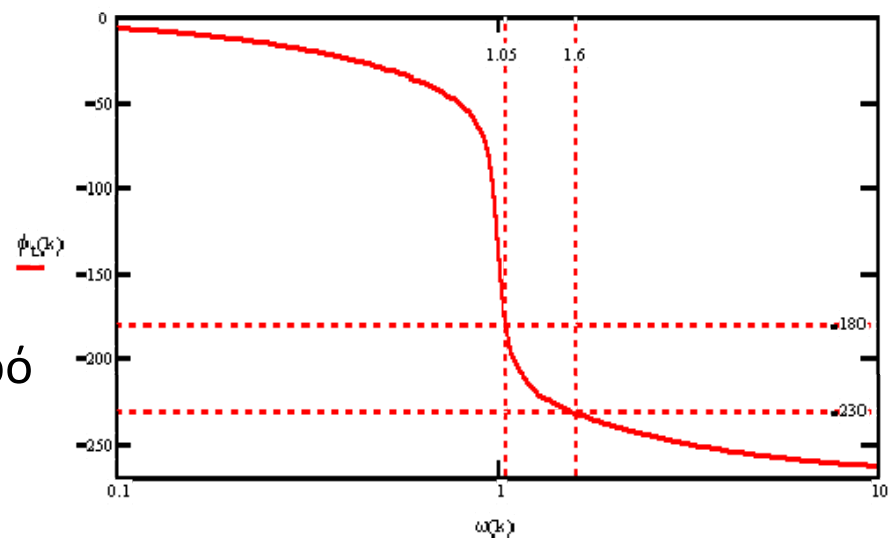
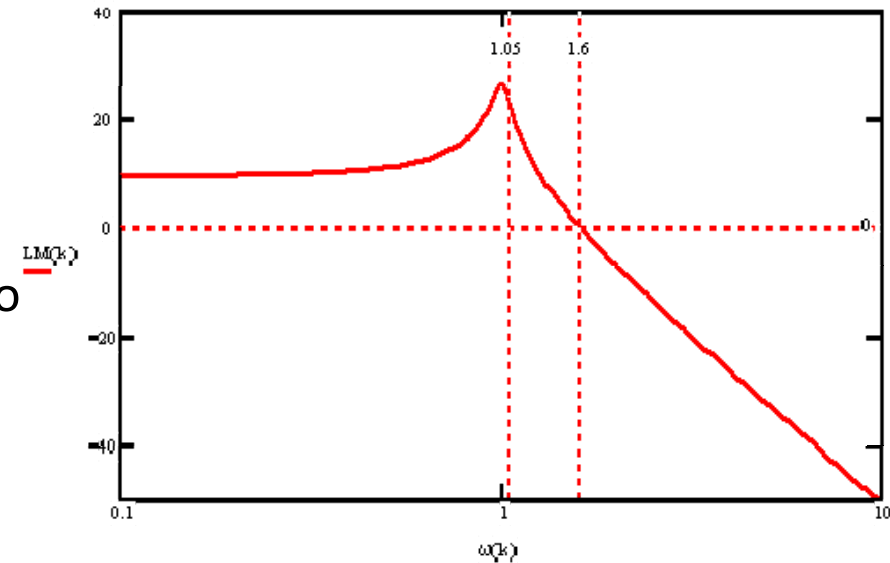
$$ΠΚ = \left(|KG(j\omega_i)H(j\omega_i)| \right)^{-1}$$

$$ΠΚ = -20 \log |KG(j\omega_i)H(j\omega_i)|$$

Για ένα σταθερό σύστημα το ΠΚ δείχνει
πόσο το κέρδος K μπορεί να αυξηθεί
προτού το σύστημα γίνει ασταθές.

Για ένα σύστημα με μηδενικά στο αριστερό
ημιπίπεδο το κριτήριο ευστάθειας είναι:

$$ΠΦ > 0 \wedge ΠΚ > 0 \wedge \text{ελαχιστη φαση}$$





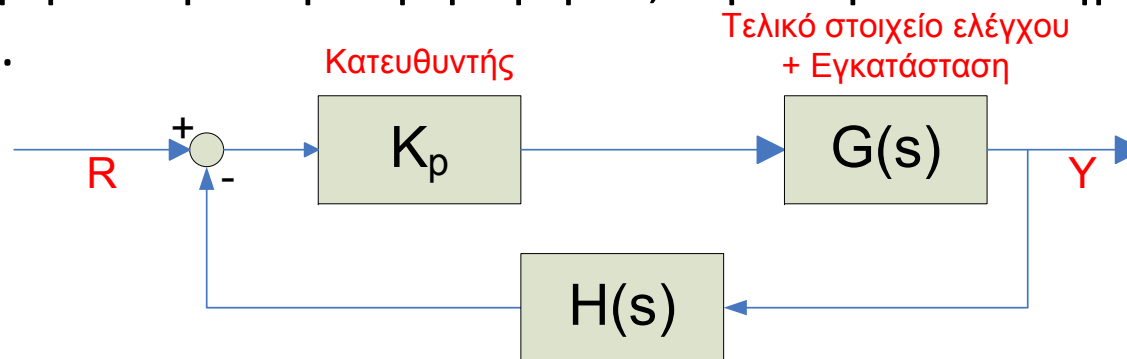
ΣΤΟΧΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

33

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 12 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Απόλυτη και σχετική ευστάθεια

Θεωρούμε την ειδική περίπτωση συστημάτων που γίνονται ασταθή και παραμένουν ασταθή καθώς η σταθερά κέρδους τους K_p παραμένει μεγαλύτερη από μια κρίσιμη τιμή K^* , δηλαδή τα συστήματα είναι ασταθή για $K_p > K^*$.



Η ευστάθεια του συστήματος μπορεί να προσδιοριστεί από την απόκριση συχνότητας ανοιχτού βρόγχου $K_p G(j\omega)H(j\omega)$ αν ισχύουν τα παραπάνω.

Η χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος είναι: $1 + K_p G(s)H(s) = 0$

Αποδεικνύεται ότι ένα τέτοιο σύστημα είναι ευσταθές όσο ισχύει:

$$|K_p G(j\omega_\pi)H(j\omega_\pi)| < 1 \Rightarrow 20 \cdot \log |K_p G(j\omega_\pi)H(j\omega_\pi)| < 0$$

όπου ω_π είναι η κρίσιμη συχνότητα.