

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ



ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 10:

*ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΥΠΟΙ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ*

Δρ Γιώργος Μαϊστρος, Χημικός Μηχανικός



ΠΡΟΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

2

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

- Προδιαγραφές μεταβατικής απόκρισης συστημάτων
- Βασικά χαρακτηριστικά ανάδρασης
- Σύγκριση συστημάτων ελέγχου ανοικτού και κλειστού βρόγχου (ευαισθησία, τοποθέτηση πόλων, απόριψη διαταραχής, ακρίβεια αισθητηρίου)
- Σχεδιασμός και προδιαγραφές (πρακτικοί στόχοι)
ΣΑΕ (σφάλμα μόνιμης κατάστασης, PID έλεγχος, τύπος συστήματος)



ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

3

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Χαρακτηριστικά προδιαγραφής

t_d : χρόνος ανύψωσης

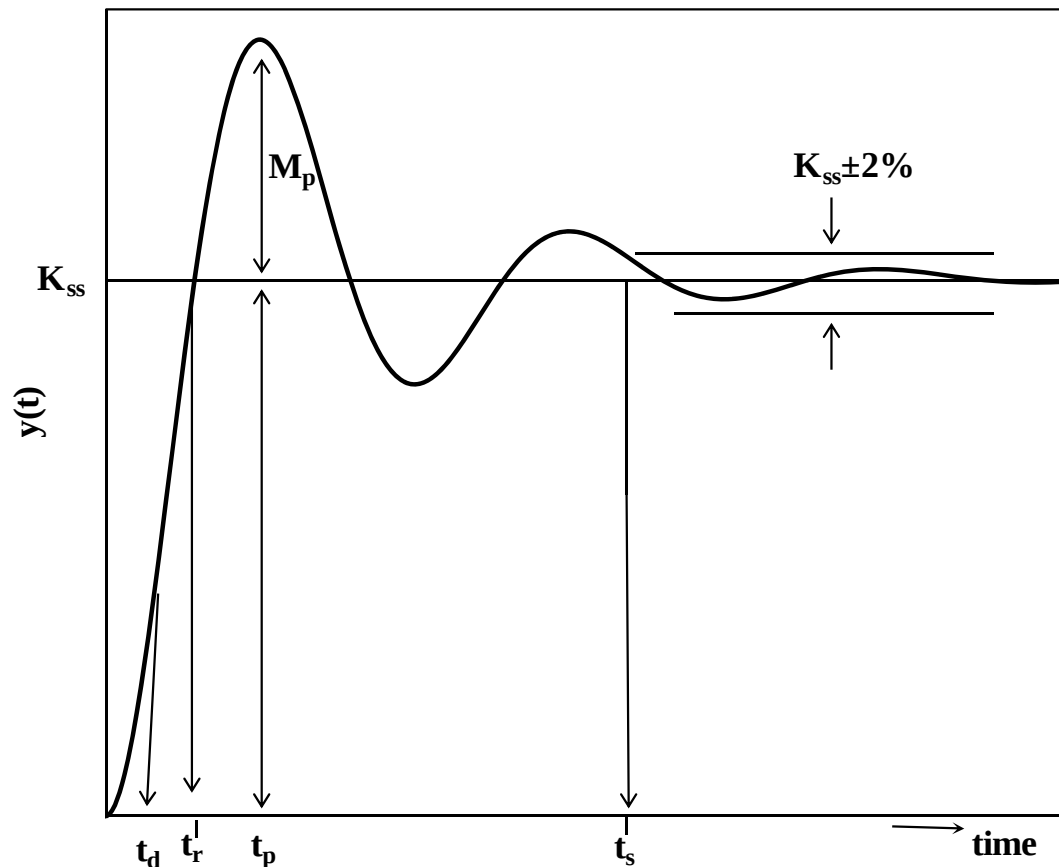
t_r : χρόνος καθυστέρησης

t_p : χρόνος κορυφής

M_p : μέγιστη υπερακόντιση

t_s : χρόνος αποκατάστασης

K_{ss} : κέρδος μόνιμης
κατάστασης





ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

4

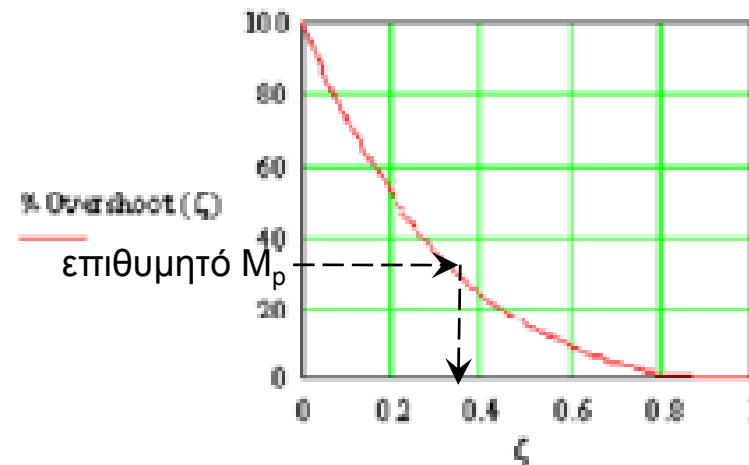
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Χαρακτηριστικά προδιαγραφής

Προδιαγραφή στο M_p ουσιαστικά σημαίνει προδιαγραφή στο ζ

Δίνεται συνήθως γραφικά

$$M_p = \exp\left(-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \pi\right) \cdot 100$$



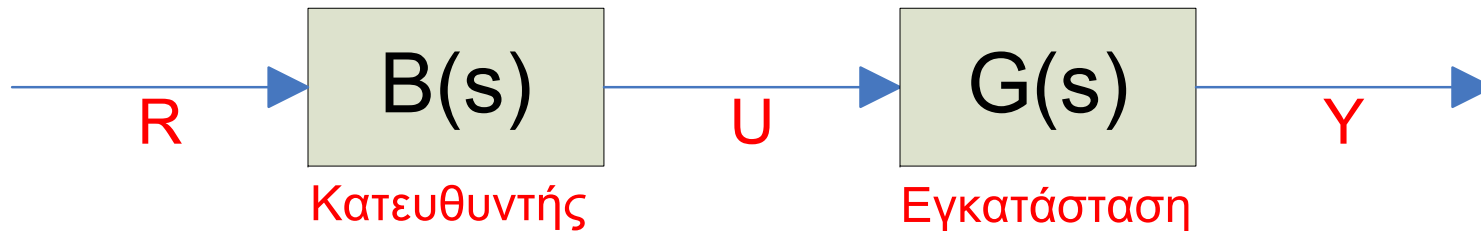


ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΝΑΔΡΑΣΗΣ

5

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Ευσταθές σύστημα ελέγχου ανοικτού βρόγχου



Η συμπεριφορά μεταβατικής ή μόνιμης απόκρισης μιας **εγκατάστασης (plant)** μπορεί να μην είναι ικανοποιητική. Η επιθυμητή τροποποίηση των χαρακτηριστικών απόκρισης της εγκατάστασης επιτυγχάνεται με εισαγωγή διάταξης που λέγεται **κατευθυντής (controller)**. Η επιλογή του κατάλληλου κατευθυντή βελτιώνει την απόκριση του σήματος, μπορεί να προκαλέσει όμως και παρενέργειες. Έτσι απαιτείται συγκεκρισμός οφέλους και απωλειών.

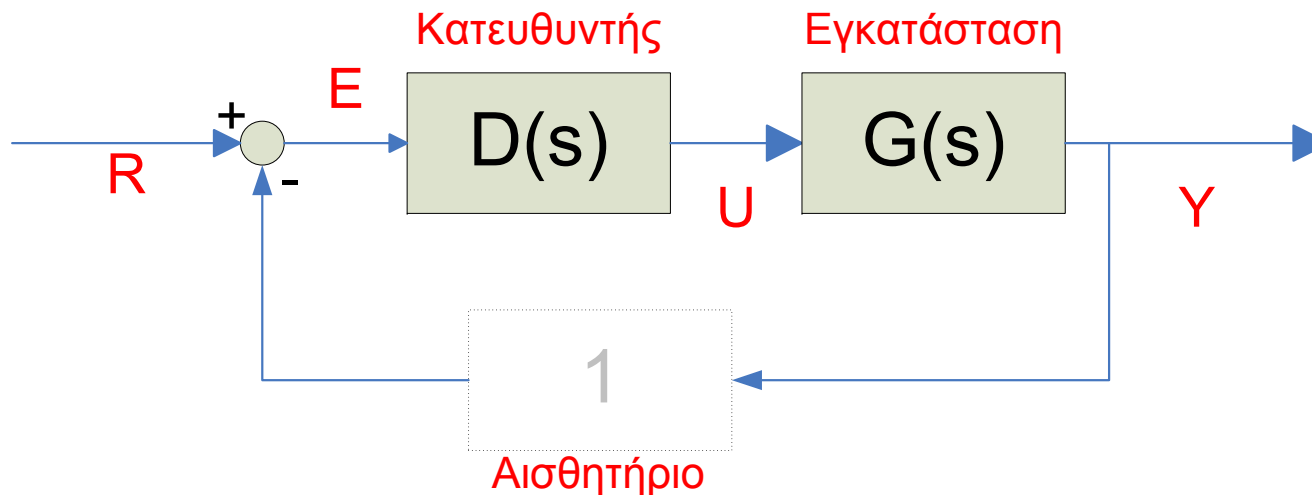


ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΝΑΔΡΑΣΗΣ

6

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Ευσταθές σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου



R: είσοδος αναφοράς (setpoint)

Y: ελεγχόμενη μεταβλητή

$E = R - Y$ (διαφορά μεταξύ επιθυμητής και πραγματικής απόκρισης)

Ιδανικό αισθητήριο: $K_{ss} = 1, \tau \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{K_{ss}}{\tau s + 1} = 1$

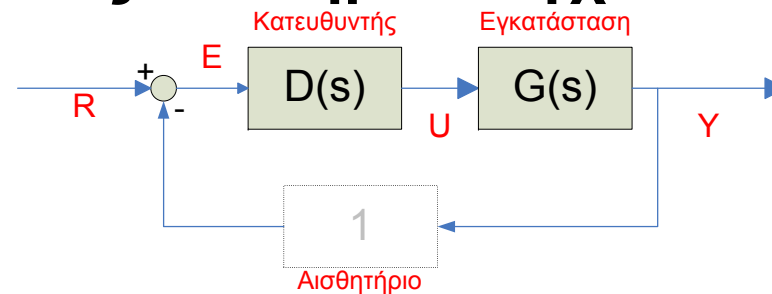


ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΝΑΔΡΑΣΗΣ

7

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Ευσταθές σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου



Αν το πραγματικό σήμα είναι ίσο με το επιθυμητό, ο κατευθυντής δεν παίρνει και δε δίνει σήμα. Αν δεν είναι ίσο, τότε ο κατευθυντής επιδρά διορθωτικά στην εγκατάσταση, αφού παίρνει σήμα E , μέχρι να 'ταυτιστεί' η επιθυμητή τιμή με την πραγματική.

Ο κατευθυντής μπορεί να περιλαμβάνει και μοτέρ, αλλιώς μπορεί να υπάρχει ξεχωριστό στοιχείο για την δράση στην εγκατάσταση

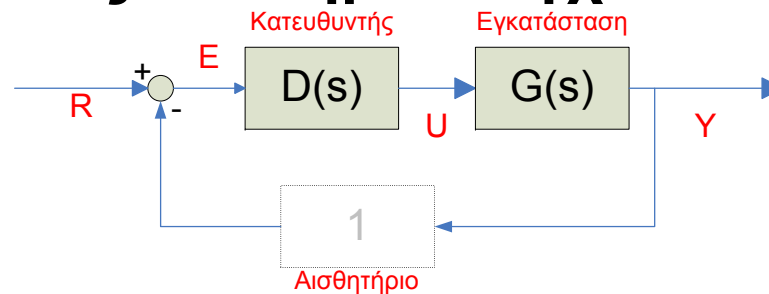


ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΝΑΔΡΑΣΗΣ

8

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Ευσταθές σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου



Αν το σφάλμα E είναι μεγάλο, τότε δεν είναι ίσως σωστό να δοθεί στον κατευθυντή αυτό το μεγάλο σήμα αμέσως διότι μπορεί να προκληθεί 'βλάβη'. Έτσι οι κατευθυντές είναι είτε **αναλογικοί** (P), είτε **ολοκληρωτικοί** (I), είτε **διαφορικοί** (D).

Δηλαδή πολλαπλασιάζουν (P), ολοκληρώνουν (I) ή διαφορίζουν (D) το σήμα εισόδου τους πριν το δώσουν στην εγκατάσταση.

Μπορούμε να έχουμε συνδυασμό P, I, D. Ο D δε χρησιμοποιείται μόνος του, ενώ ο P είναι ουσιαστικά ένας ενισχυτής.



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

9

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Ευαισθησία στις αλλαγές των παραμέτρων

Η ευαισθησία είναι σημαντικός παράγοντας διότι τα χαρακτηριστικά της εγκατάστασης είτε μπορεί να είναι άγνωστα είτε μπορεί να αλλοιώνονται με το χρόνο.

- Για ανοικτό βρόγχο: $Y_1(s) = B(s)G(s)R(s)$
- Για κλειστό βρόγχο: $Y_2(s) = \frac{D(s)G(s)}{1 + D(s)G(s)} R(s)$
- Ορίζω **συνάρτηση ευαισθησίας**: $S_G^{Y_i} = \frac{dY_i / Y_i}{dG / G} = \frac{\text{ποσοστό σφάλματος στο } Y_i}{\text{ποσοστό σφάλματος στο } G}$
- Θέλουμε χαμηλή ευαισθησία, δηλαδή για μεταβολές του G να έχουμε μικρές μεταβολές στο Y_i



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

10

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Ευαισθησία στις αλλαγές των παραμέτρων

- Για ανοικτό βρόγχο: $S_G^{Y_1} = \left(\frac{G}{Y_1} \right) \left(\frac{dY_1}{dG} \right) = \frac{1}{BR} \cdot BR = 1 \Rightarrow S_G^{Y_1} = 1$
- Για κλειστό βρόγχο: $S_G^{Y_2} = \frac{dY_2 / Y_2}{dG / G} = \frac{G}{Y_2} \cdot \frac{dY_2}{dG} \Rightarrow S_G^{Y_2} = \frac{1}{1 + DG}$

Μπορώ να ελέγχω το D . Κατευθύνω: $DG \rightarrow \infty \Rightarrow S_G^{Y_2} \rightarrow 0$

- Στον κλειστό βρόγχο μπορούμε να ελέγξουμε την ευαισθησία, ενώ στον ανοικτό βρόγχο δεν έχουμε δυνατότητα επηρεασμού.
- Παρατήρηση: Άν $D \rightarrow \infty$ μπορεί να χάσω την επιθυμητή επίδραση του D στο σφάλμα E ;
$$E = R - Y = R - \frac{DG}{1 + DG} R \Rightarrow E = \frac{1}{1 + DG} R$$

Έτσι εδώ αν $D \rightarrow \infty \Rightarrow E \rightarrow 0$

Οι 2 σχεδιαστικοί στόχοι (ευαισθησία, μηδενισμός E) είναι συμβατοί



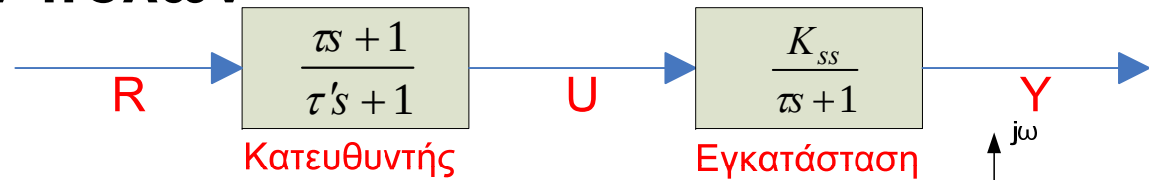
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

11

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Τοποθέτηση των πόλων

- Για ανοικτό βρόγχο:



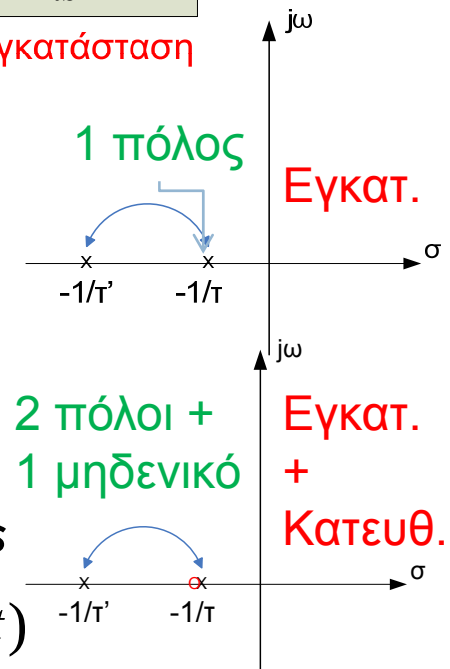
Αν έχω εγκατάσταση $G(s) = \frac{K_{ss}}{\tau s + 1}$ με $\tau = 10 ms$
και θέλω με κατευθυντή να επιτύχω $\tau' = 1 ms$,
τι κατευθυντή θα επιλέξω;

Ο κατευθυντής με $B(s) = \frac{\tau s + 1}{\tau' s + 1}$ είναι λύση;

-Στην πράξη τ εγκατάστασης δεν είναι ακριβώς 10 ms

και $D(s)G(s) = \frac{\tau s + 1}{\tau' s + 1} \cdot \frac{K_{ss}}{\tau s + 1}$ και $y(t) = a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t)$

Αν έχω καλή προσέγγιση πόλων και μηδενικών, το α είναι μικρό σε σχέση με το b, οπότε η υπέρθεση των δύο τελικά επηρεάζεται λίγο από το $y_1(t)$ [όρος του τ] $\rightarrow$ το αποτέλεσμα είναι προσεγγιστικά καλό





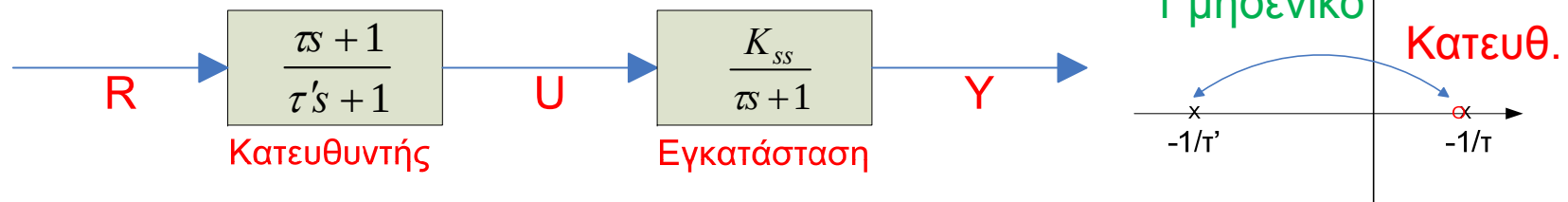
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

12

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Τοποθέτηση των πόλων

- Αν το σύστημα είναι ασταθές:



Η απαλοιφή αυτή δεν είναι ακριβής. Κι αν ακόμη ισχύει $\alpha \ll 1$, τότε έχω ασταθή πόλο οπότε $y_1(t) = e^{t/\tau}$

Έτσι όσο μικρό κι αν είναι το α για $\tau \rightarrow \infty$ το $\alpha y_1(t) \rightarrow \infty$ και το αποτέλεσμα δεν είναι καλό



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

13

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Τοποθέτηση των πόλων

- Για κλειστό βρόγχο:

$$\frac{Y_2}{R} = \frac{DG}{1+DG} \rightarrow \text{χαρ.εξίσωση} : 1+DG = 0$$

Μπορούμε να επιλέξουμε το D έτσι ώστε οι πόλοι να πέσουν εκεί που επιθυμούμε εξ αρχής, χωρίς απαλοιφή



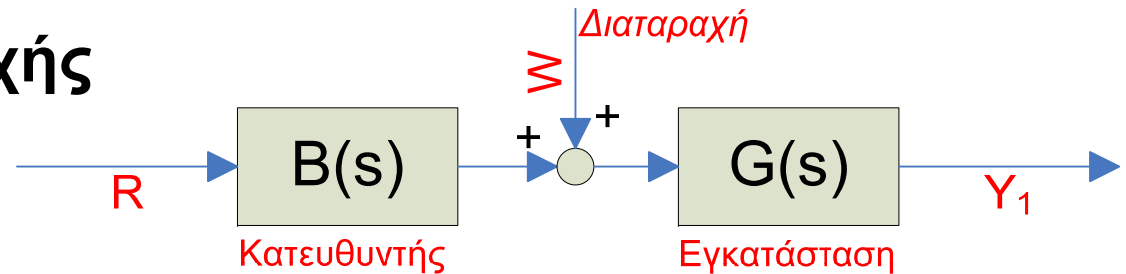
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

14

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Απόρριψη διαταραχής

- Για ανοικτό βρόγχο:

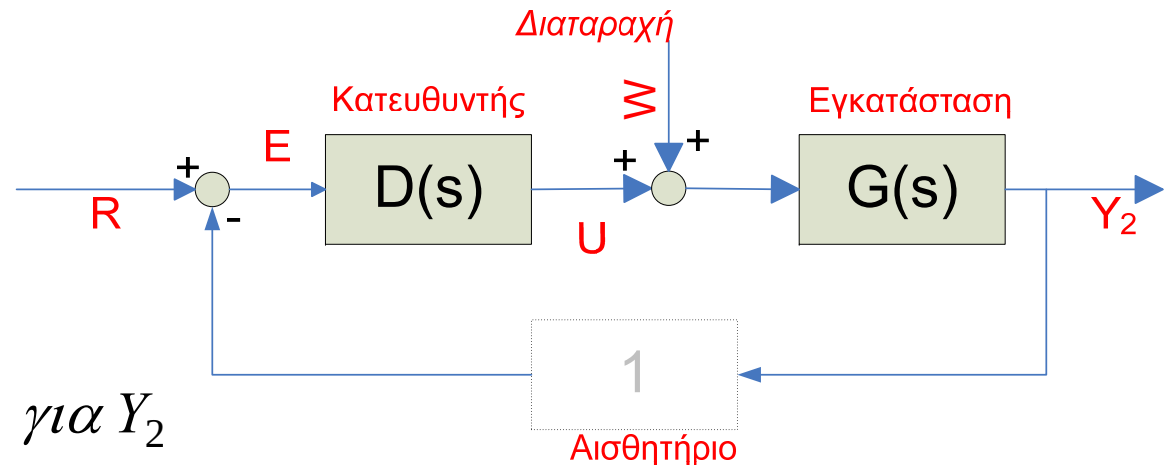


- Για κλειστό βρόγχο:

- Έχουμε $Y_i = Y_i^R + Y_i^W$

- Θέλουμε $Y_i^W \rightarrow 0$

$$Y_i^R \rightarrow R \Rightarrow DG \rightarrow \infty \text{ για } Y_2$$



- Παίρνουμε για $Y_1^W : Y_1^W = GW$ Ανοικτός βρόγχος: δεν μπορώ να επέμβω

$$\text{για } Y_2^W : Y_2^W = \frac{G}{1+DG} W \quad \text{Κλειστός βρόγχος: μπορώ να επέμβω με } DG \rightarrow \infty, \text{ οπότε } Y_2^W \rightarrow 0$$

- Πρακτικά έχουμε στο DG άνω όριο λόγω προβλημάτων αστάθειας



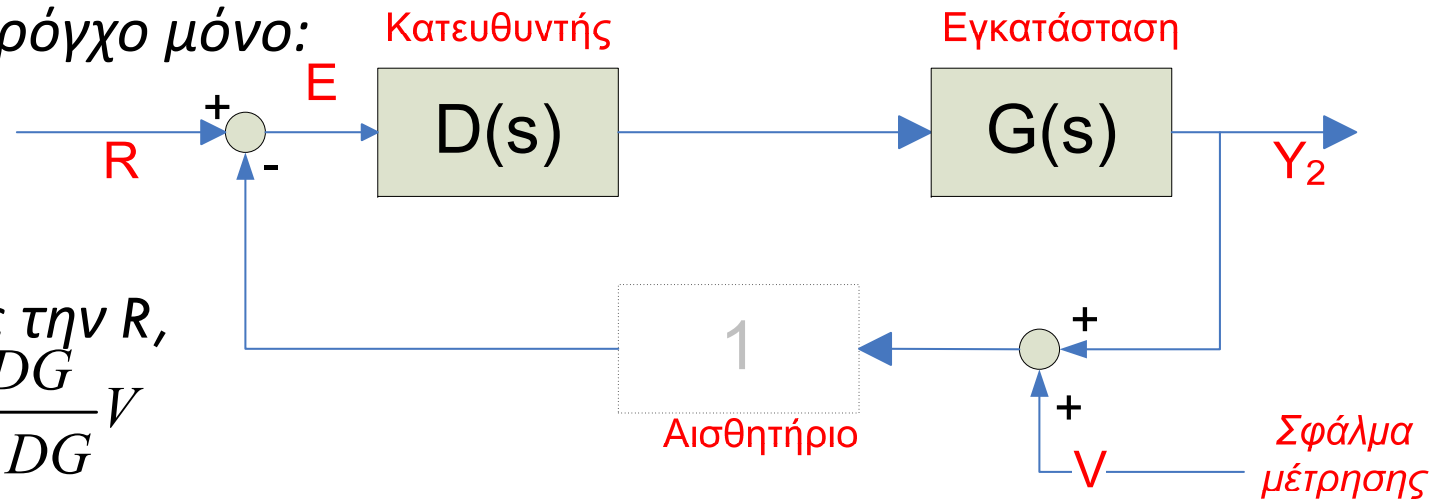
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

15

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Ακρίβεια αισθητηρίου

- Για κλειστό βρόγχο μόνο:



- Μηδενίζουμε την R ,
οπότε: $Y_2^V = \frac{-DG}{1+DG} V$

Αν $DG \rightarrow \infty \Rightarrow Y_2^V \rightarrow -V$ (όλο το σφάλμα βγαίνει στην έξοδο χωρίς μείωση)

Είναι σημαντικό σε σύστημα ελέγχου κλειστού βρόγχου να έχουμε καλό αισθητήριο (μικρό V)

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Τα συστήματα κλειστού βρόγχου υπερτερούν έναντι αυτών του ανοικτού βρόγχου



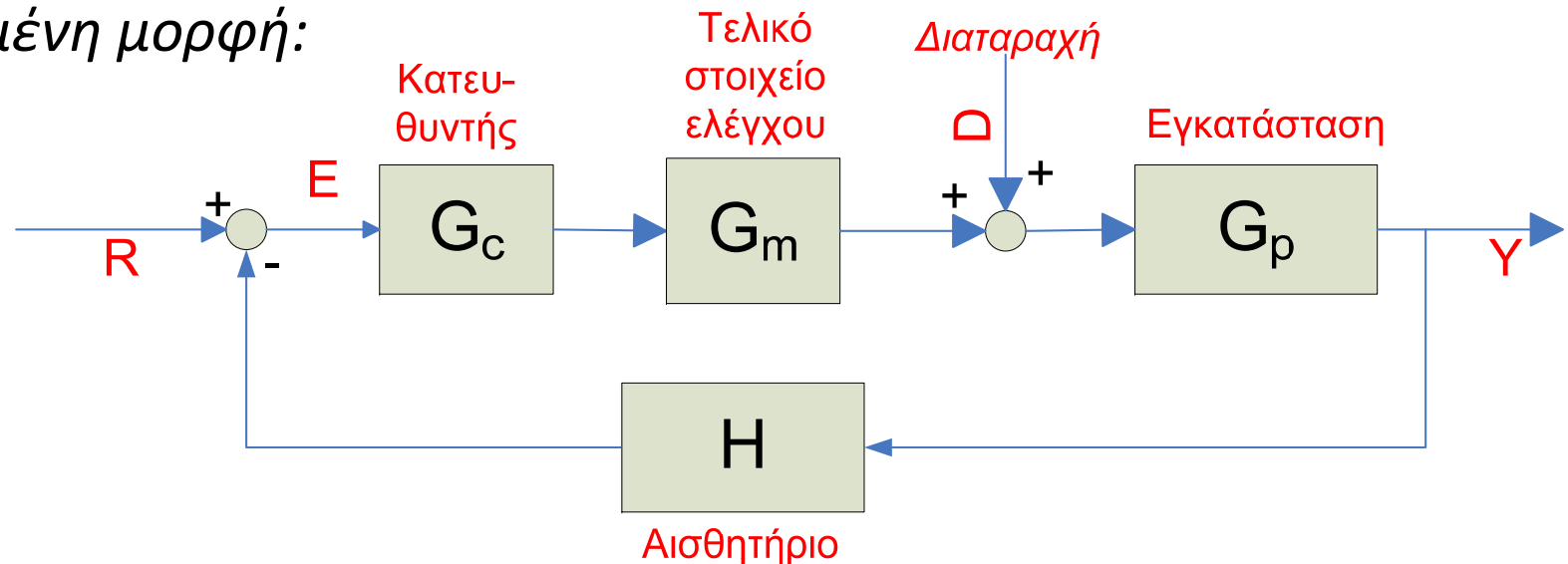
ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

16

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Συστήματα αυτομάτου ελέγχου

- Γενικευμένη μορφή:



- R : είσοδος αναφοράς (setpoint) Y : ελεγχόμενη μεταβλητή
- Ιδανικό αισθητήριο: $H(s)=1$ (για μοναδιαίο στατικό κέρδος)
- Ιδανικό τελικό στοιχείο ελέγχου: $G_m(s) = 1$
- ΣΤΟΧΟΣ**: $e(t) \rightarrow 0$ για όλους τους χρόνους ($t > 0$)



ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

17

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

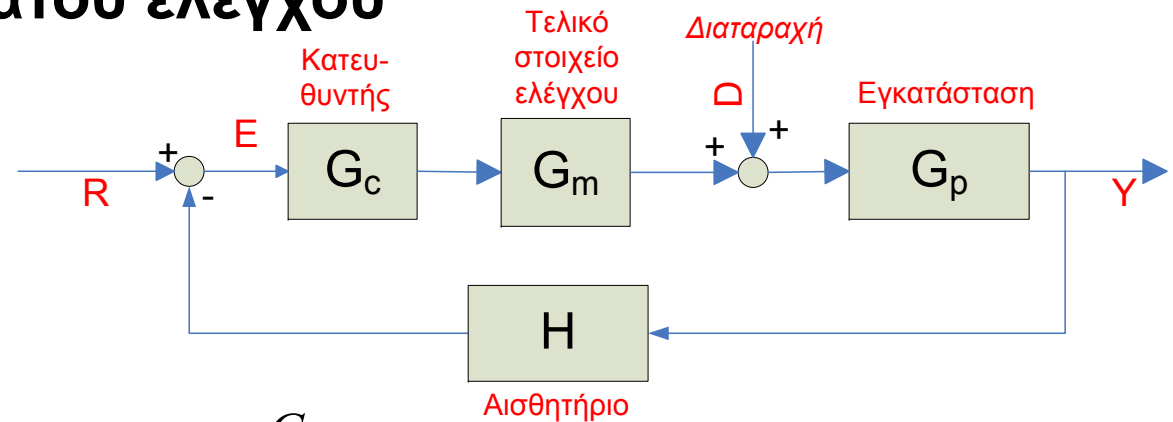
Συστήματα αυτομάτου ελέγχου

- Είναι: $e(t) = r(t) - y(t)$
- Είναι αδύνατο $e(t) = 0$
- Ισχύει:

$$\frac{Y}{R} = \frac{G_c G_m G_p}{1 + G_c G_m G_p H}$$

$$\frac{Y}{D} = \frac{G_p}{1 + G_c G_m G_p H}$$

Θέλουμε $\frac{Y}{R} \rightarrow 1$





ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

18

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

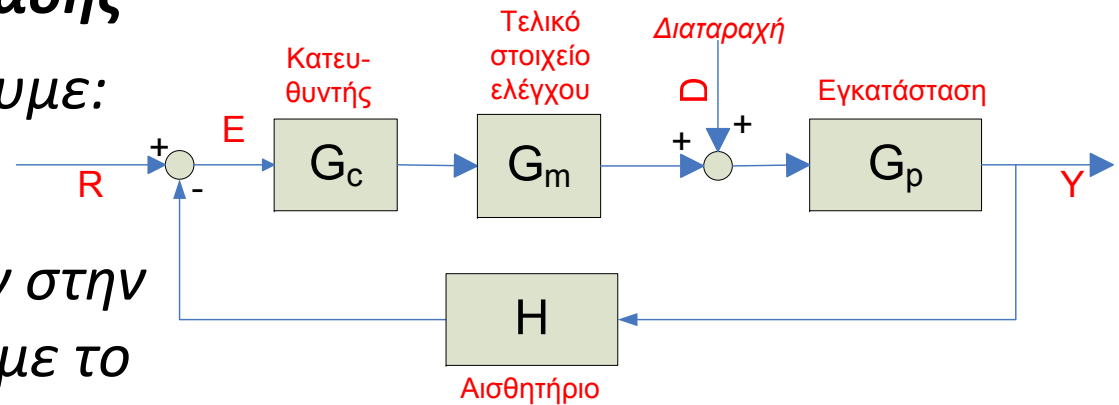
Γενικοί στόχοι – προδιαγραφές:

Α. Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

- Είναι αδύνατο να μπορέσουμε:

$$e(t) = 0 \quad \forall t > 0$$

- Προσπαθούμε τουλάχιστον στην μόνιμη κατάσταση να έχουμε το επιθυμητό $e(t) = 0$ ή έστω $e(t) \ll 0$
- Έτσι η προδιαγραφή είναι:
- $e_{ss} \rightarrow 0$, αν όχι $e_{ss} = 0$





ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

19

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Γενικοί στόχοι – προδιαγραφές:

Β. Όροι μεταβατικής απόκρισης

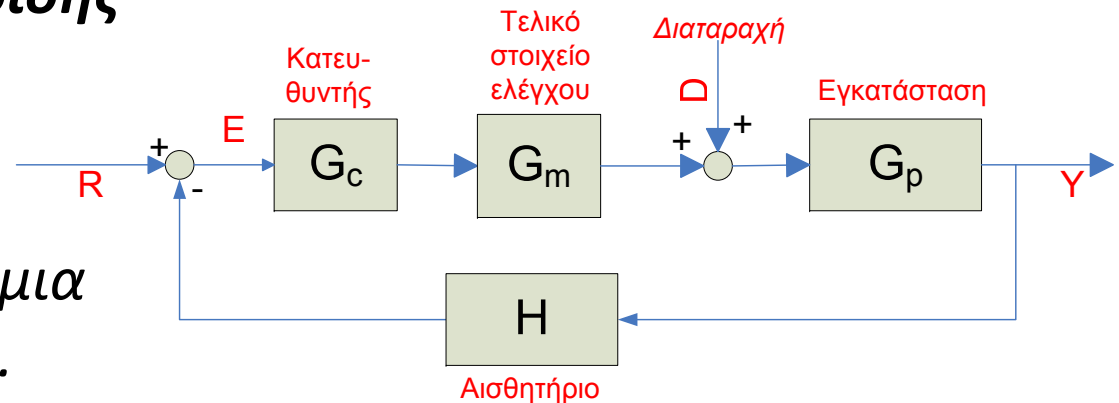
- Προκειμένου να έχουμε:

$$e_{ss} \rightarrow 0$$

δεν μπορούμε να ανεχθούμε μια άστοχη μεταβατική απόκριση. Συνήθως οι προδιαγραφές στη μεταβατική απόκριση τίθενται σε είσοδο μοναδιαίου βήματος

- Ομάδα προδιαγραφών μεταβατικής απόκρισης:

$$t_s < \alpha, \quad t_r < \beta, \quad M_p < \gamma, \quad \tau < \delta$$





ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

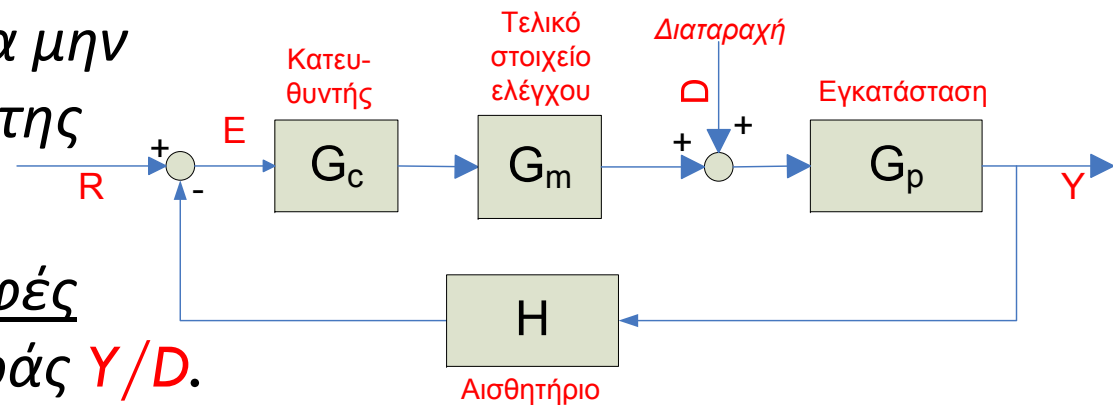
20

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Γενικοί στόχοι – προδιαγραφές:

Γ. Κύρια συνάρτηση μεταφοράς

- Θα θέλαμε το σύστημα να μην αποκρίνεται στην είσοδο της διαταραχής D .
- Έτσι βάζουμε προδιαγραφές στην συνάρτηση μεταφοράς Y/D .



$$Y_{ss}^D \lll \dot{\eta} \quad Y_{ss}^D = 0$$

- Επειδή οι Y/R και Y/D έχουν το ίδιο χαρακτηριστικό πολυώνυμο, έχουν ίδιες χρονικές σταθερές και γενικά ίδια χαρακτηριστικά, οπότε οι προδιαγραφές που θέτουμε για την Y/R στην μεταβατική κατάσταση καλύπτουν και την Y/D



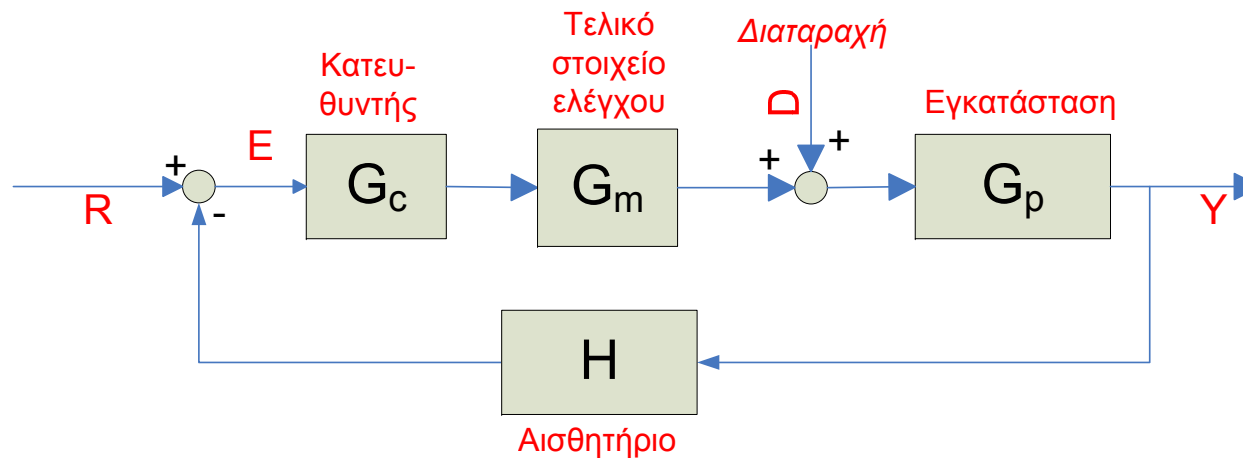
ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

21

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Γενικοί στόχοι – προδιαγραφές:

Δ.Ευαισθησία εξόδου ως προς συνάρτηση μεταφοράς εγκατάστασης



- Είναι επιθυμητό να υπάρχει μικρή ευαισθησία σε μεταβολές των παραμέτρων της εγκατάστασης.
- Άρα θέλουμε: $S_{G_p}^Y \rightarrow 0$

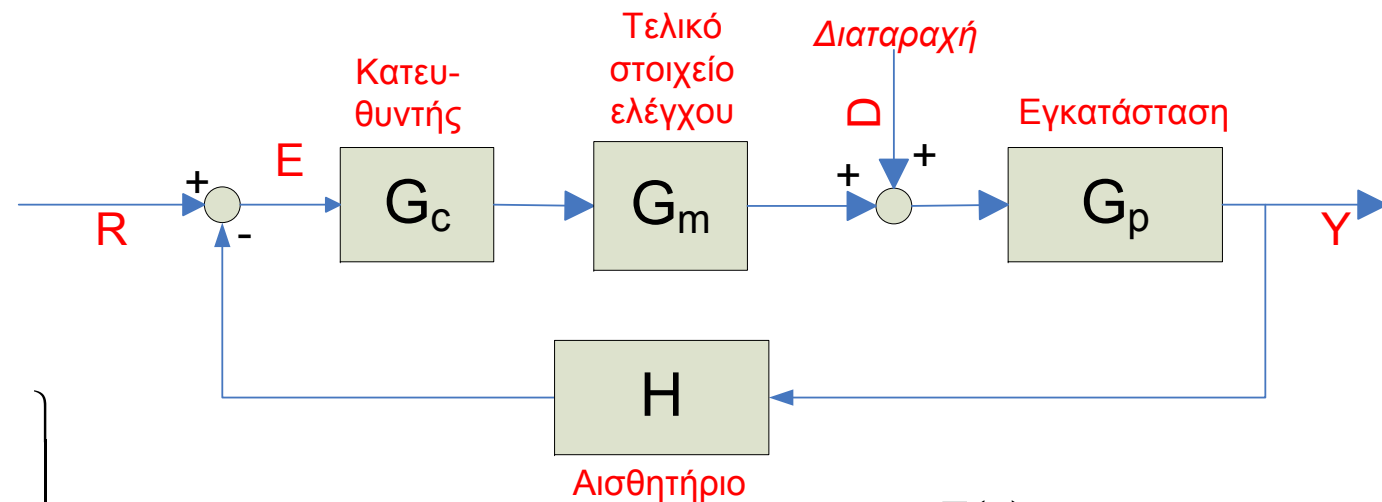


ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

22

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Ορισμός σφάλματος μόνιμης κατάστασης



$$\left. \begin{aligned} E(s) &= R(s) - Y(s) \\ \frac{Y}{R} &= \frac{G_c G_m G_p}{1 + G_c G_m G_p H} \\ M(s) &= 1 + G_c G_m G_p H \end{aligned} \right\} \Rightarrow E(s) = R - M(s)R = [1 - M(s)]R(s) \Rightarrow \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - M(s) \equiv F(s)$$

- Άρα $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot E(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot F(s) \cdot R(s)]$ σφάλμα μόνιμης κατάστασης
από θεώρημα τελικής τιμής



ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ & ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ ΣΑΕ

23

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Τύπος συστήματος κλειστού βρόχου

- Για $r(t) = 1 \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s}$ και $e_{ss} \neq 0, e_{ss} < \infty$, έχω σύστημα **τύπου 0**
- Για $r(t) = t \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$ και $e_{ss} \neq 0, e_{ss} < \infty$, έχω σύστημα **τύπου 1**
- Ο **τύπος συστήματος** ορίζεται από αριθμό μηδενικών ριζών στον παρονομαστή της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς
- Σύστημα **τύπου κ** παρακολουθεί είσοδο $r(t)$: τάξης $\kappa-1$ με μηδενικό σφάλμα, τάξης κ με πεπερασμένο σφάλμα, τάξης μεγαλύτερο του κ δεν δύναται (προκύπτει άπειρο σφάλμα)
- Αν $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$ για $r(t) = 1$ τότε K_p = σταθερά σφάλματος θέσης
- Αν $e_{ss} = \frac{1}{K_u}$ για $r(t) = t$ τότε K_u = σταθερά σφάλματος ταχύτητας
- Αν $e_{ss} = \frac{1}{K_a}$ για $r(t) = \frac{1}{2}t^2$ τότε K_a = σταθερά σφάλματος επιτάχυνσης

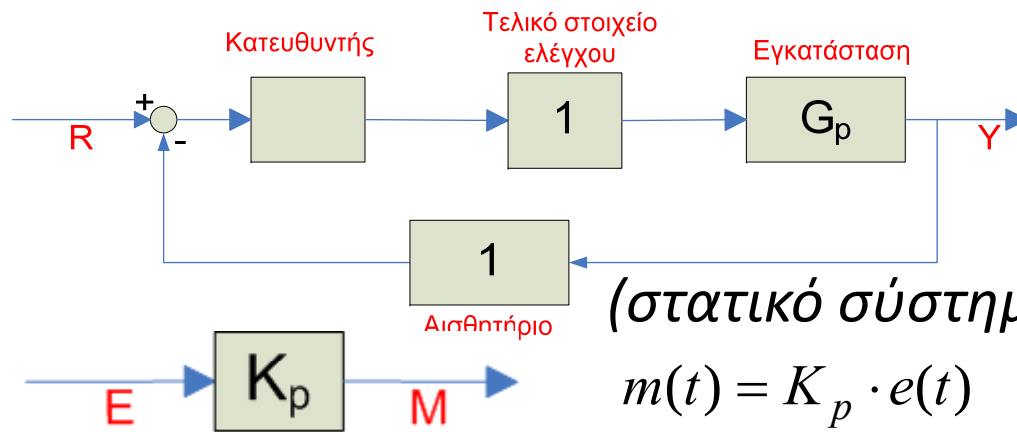


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

24

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρός

Αναλογικός (P) – proportional controller



$$G_p(s) = \frac{K_o}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

K_o : κέρδος εγκατάστασης

(στατικό σύστημα) ουσιαστικά είναι ενισχυτής

$$m(t) = K_p \cdot e(t)$$

$$S_{G_p}^Y = \frac{1}{1 + K_p G_p(s)} \downarrow \text{για } K_p \uparrow$$

- Επιλέγουμε μεγάλο K_p για να μειώσουμε την ευαισθησία

- Για τους πόλους $\frac{Y}{R} = \frac{K_p G_p}{1 + K_p G_p} = \frac{K_p K_o}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 + K_p K_o} = \frac{K_p K_o}{s^2 + 2\zeta^* \omega_n^* s + \omega_n^{*2}}$

$$\begin{cases} \zeta^* \cdot \omega_n^* = \zeta \cdot \omega_n \\ \omega_n^* = \sqrt{\omega_n^2 + K_p K_o} \end{cases} \Rightarrow \zeta^* = \frac{\zeta \cdot \omega_n}{\sqrt{\omega_n^2 + K_p K_o}} \quad \text{ρυθμίζοντας το } K_p \text{ ρυθμίζονται } \omega_n^*, \zeta^*$$

$K_p \uparrow \Rightarrow \omega_n^* \uparrow \Rightarrow$ γρηγορότερη απόκριση (διότι απομακρύνονται οι πόλοι από την αρχή)

$K_p \uparrow \Rightarrow \zeta^* \downarrow \Rightarrow$ πιο ευάλωτη ευστάθεια

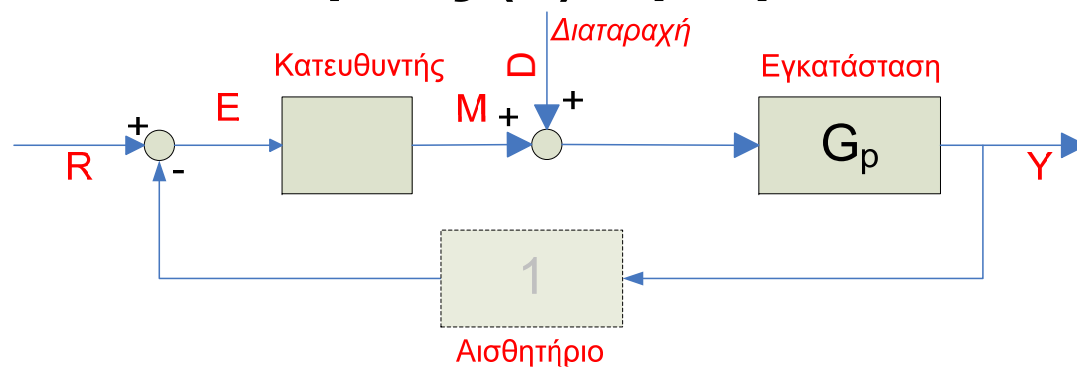


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

25

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιωργος Μαϊστρος

Αναλογικός (P) – proportional controller



$$G_p(s) = \frac{K_o}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

K_o : κέρδος εγκατάστασης

Στη μόνιμη κατάσταση: $E=R-Y$

Για $R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e_{ss} = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + K_p K_o}$ και $e_{ss} \downarrow$ όταν $K_p \uparrow$

Για $D(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y_{ss}^D = \frac{K_o}{\omega_n^2 + K_p K_o}$ και $Y_{ss}^D \downarrow$ όταν $K_p \uparrow$

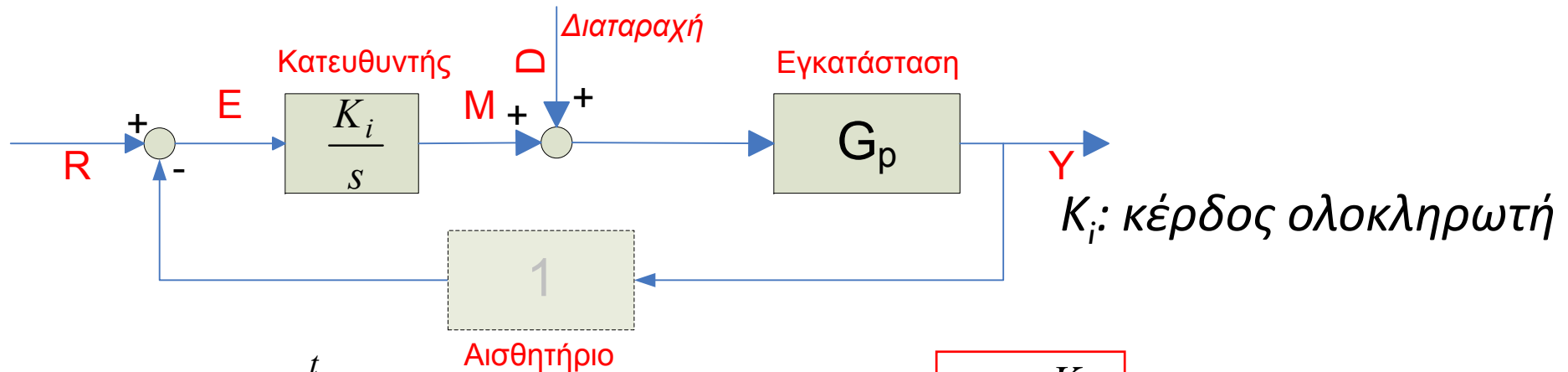


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

26

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρός

Ολοκληρωτικός (I) – integral controller



$$m(t) = K_i \cdot \int_0^t e(t) dt \Rightarrow M(s) = \frac{K_i}{s} E(s)$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_I}$$

Προσθέτουμε ελεύθερο ολοκληρωτή → αυξάνει τύπος συστήματος κατά 1 → τα προηγούμενα σφάλματα μηδενίζονται (κύριος λόγος προσθήκης κατευθυντή I) [ισχύει για μοναδιαία ανάδραση]

$$\left. \begin{array}{l} R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e_{ss} = 0 \\ D(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y_{ss}^D = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{σύστημα τύπου 1 από 0}$$

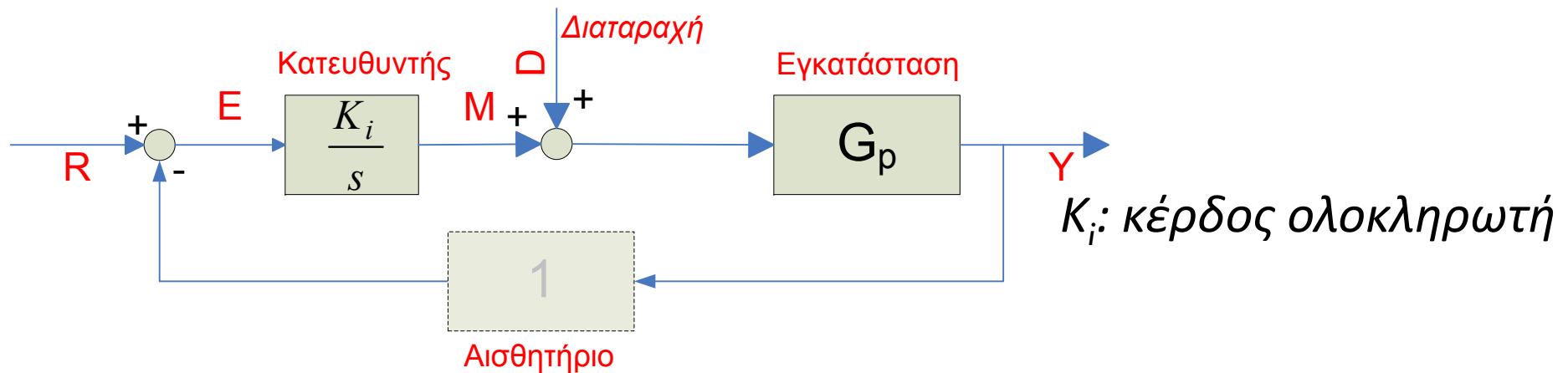


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

27

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Ολοκληρωτικός (I) – integral controller



Αύξηση της τάξης ολόκληρου του συστήματος κατά 1 λόγω του $1/s$

$$\frac{Y}{R} = \frac{(K_i / s) \cdot G_p}{1 + (K_i / s) \cdot G_p} = \frac{K_i K_o}{s \cdot [s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 + (K_i / s) \cdot K_o]} = \frac{K_i K_o}{s^3 + 2\zeta^* \omega_n^* s^2 + \omega_n^{*2} s + K_i K_o}$$

Επεμβαίνουμε στο K_i και μετακινούμε τους πόλους στο μιγαδικό επίπεδο.

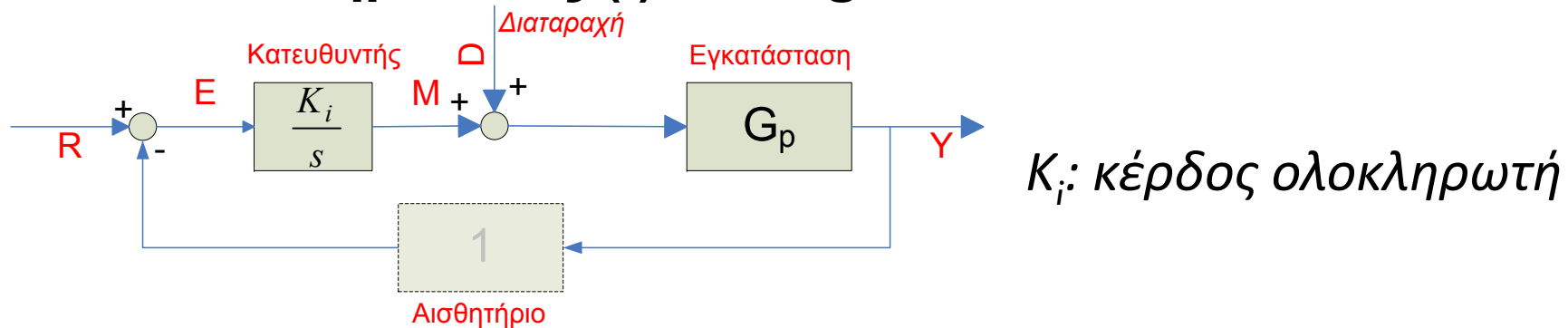


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

28

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρός

Ολοκληρωτικός (I) – integral controller



Ο πραγματικός πόλος απομακρύνεται από τον φανταστικό άξονα, όμως οι μιγαδικοί πόλοι πλησιάζουν και τον ξεπερνούν κάποια στιγμή $\rightarrow$ αστάθεια

Έτσι αναγκαζόμαστε να έχουμε μειωμένη ευστάθεια, ώστε

$$\left\{ e_{ss} = 0 \text{ και } Y_{ss}^D = 0 \right\}$$

Αν K_i^* η οριακή τιμή για ευστάθεια (K_i^* μπορεί να βρεθεί με κριτήριο Routh-Hurwitz), τότε πρέπει: $0 < K_i < K_i^*$

Ο κατευθυντής I φτιάχνει τα σφάλματα, αλλά μειώνει την ευστάθεια

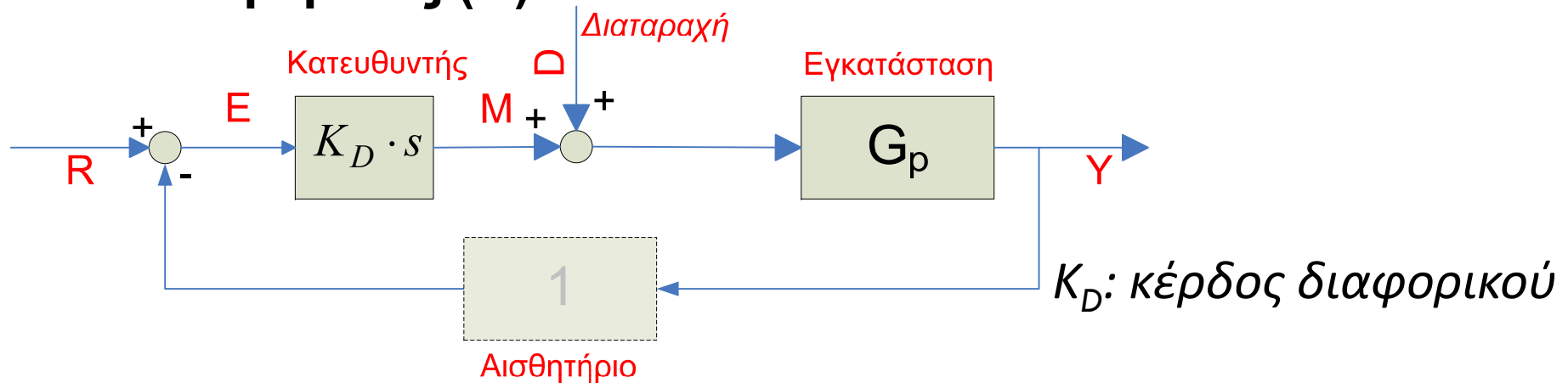


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

29

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Διαφορικός (D) – derivative controller



$$m(t) = K_i \cdot \frac{d}{dt} e(t) \Rightarrow M(s) = K_D \cdot s \cdot E(s) \quad \boxed{K_D = K_p \cdot T_D}$$

Εισάγουμε έναν μηδενιστή που αυξάνει την υπερακόντιση
Βελτιώνεται η ευστάθεια (μπορεί να αυξήσουμε το ζ)

$$\frac{Y}{R} = \frac{K_D s \cdot G_p}{1 + K_D s \cdot G_p} = \frac{K_D K_o s}{s^2 + (2\zeta\omega_n + K_D K_o)s + \omega_n^2}$$

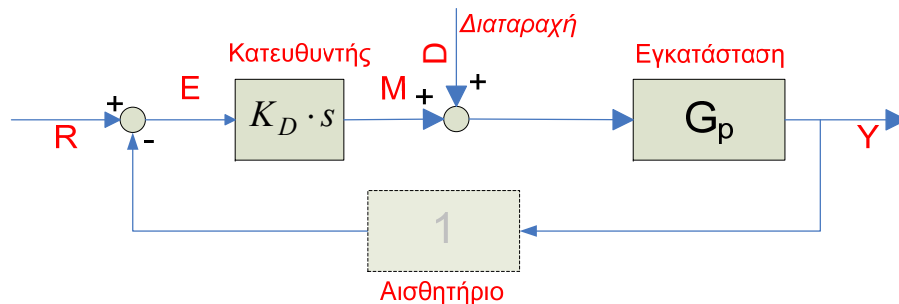


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

30

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστros

Διαφορικός (D) – derivative controller



$$s^2 + (2\zeta\omega_n + K_D K_o)s + \omega_n^2 \equiv s^2 + 2\zeta^* \omega_n^* s + \omega_n^{*2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n^* = \omega_n \\ \zeta^* = \zeta + K_D \frac{K_o}{2\omega_n} \end{cases}$$

Για $K_D \uparrow \Rightarrow \zeta^* \uparrow$

Στα σφάλματα: $R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e_{ss} = 1$ $\Rightarrow$ δεν επιτρέπει επέμβαση

$D(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y_{ss}^D = \frac{K_D}{\omega_n^2}$ $\Rightarrow$ κακή συμπεριφορά

Ο κατευθυντής D βελτιώνει την ευστάθεια αλλά αυξάνει την υπερακόντιση
Δεν χρησιμοποιείται ποτέ μόνος του διότι σε ένα σταθερό σφάλμα δεν αντιδρά, αφού το διαφορίζει και δίνει σήμα μηδέν (δηλαδή δε βλέπει σταθερά σφάλματα)

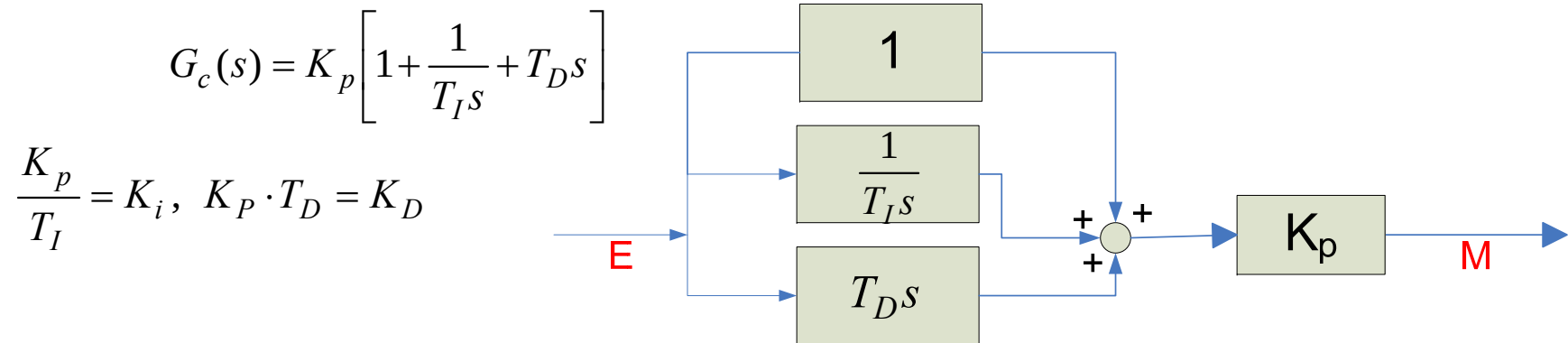


ΚΑΤΕΥΘΥΝΤΕΣ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΣ PID

31

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ – ΕΝΟΤΗΤΑ 10 – Δρ. Γιώργος Μαϊστρος

Συνδυασμός κατευθυντών – ο κατευθυντής PID



Γενικά δοκιμάζουμε με τη σειρά:

P [βέλτιστα σφάλματα], PD [βέλτιστη ευστάθεια κι όχι πρόβλημα με σφάλματα], PI ή I [αν πρόβλημα με σφάλματα]

Αν έχουμε πρόβλημα και με τα σφάλματα και με την ευστάθεια πάμε στον PID